

Cours Euler: Série 9

8 novembre 2023

Exercice 1

- 1) Montrer que les médiatrices des trois côtés d'un triangle se coupent en un point (nous admettrons le fait que les médiatrices de *deux* côtés se coupent).
- 2) Montrer que le point d'intersection des trois médiatrices est le centre d'un cercle passant par les trois sommets du triangle.
- 3) Montrer qu'il existe un unique tel cercle (le cercle circonscrit).
- 4) Donner une marche-à-suivre pour construire ce cercle (on suppose connue la construction de la médiatrice d'un segment).
- 5) Soient A et B deux points distincts et d une droite. Soit $M \in d$. Soit P le point d'intersection des médiatrices des segments $[AM]$ et $[BM]$. Si M parcourt d , que peut-on dire des positions du point P ?

Exercice 2

Sur la donnée.

$[AB]$ est une corde d'un cercle \mathbb{C} de centre O et O n'est pas un point de $[AB]$. M est le milieu de $[AB]$. m est le diamètre passant par M .

a) Dessine cette situation.

b) Quelle est la position de la droite m par rapport à $[AB]$?

.....

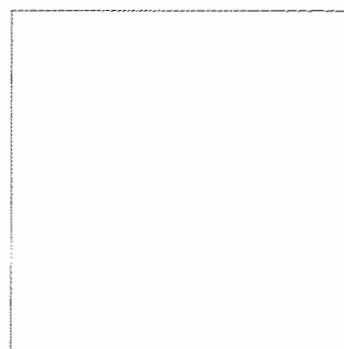
c) Justifie en citant une propriété

– du point O :

– du point M :

Déduis-en une propriété de la droite OM :

d) Énonce la propriété que tu viens de démontrer :



a) Construis deux cercles $\mathbb{C}_1 (O_1 ; r_1)$ et $\mathbb{C}_2 (O_2 ; r_2)$ sécants en A et B.

Quelle est la droite des centres ?

Quelle est la corde commune ?

Trace-les !

b) Quelle est la position de la droite des centres et de la corde commune ?

c) Pour démontrer cette affirmation, réponds aux questions suivantes :

1. Quel est l'axe de symétrie de la figure formée par les cercles \mathbb{C}_1 et \mathbb{C}_2 ?

2. Quelle est l'image de [AB] par la symétrie orthogonale dont la droite précédente est l'axe ?

.....

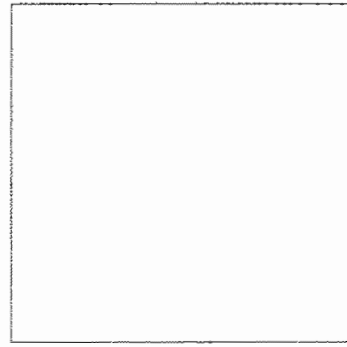
3. Que dis-tu de cet axe de symétrie par rapport à [AB] ?

.....

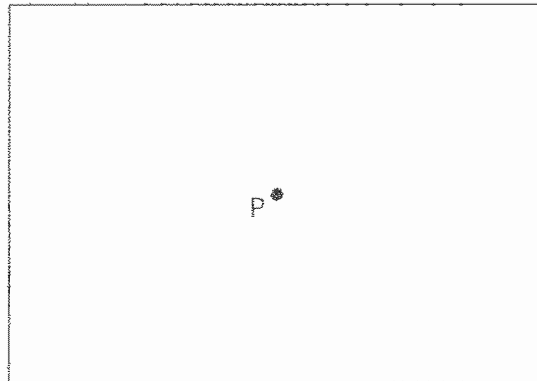
d) Énonce la propriété que tu viens de démontrer :

.....

.....



Exercice 3



a) Trace une droite d_1 située à 2 cm de P.

Comment procèdes-tu ?

.....

b) Y a-t-il d'autres droites qui répondent à la question posée ?

.....

c) Si oui, construis d'autres droites distinctes situées à 2 cm de P ? Explique ta construction.

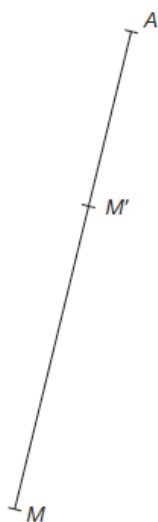
.....

.....

Exercice 4**157.**

Le carré $AMPQ$ devient $A'M'P'Q'$ dans la symétrie d'axe d , non dessiné.

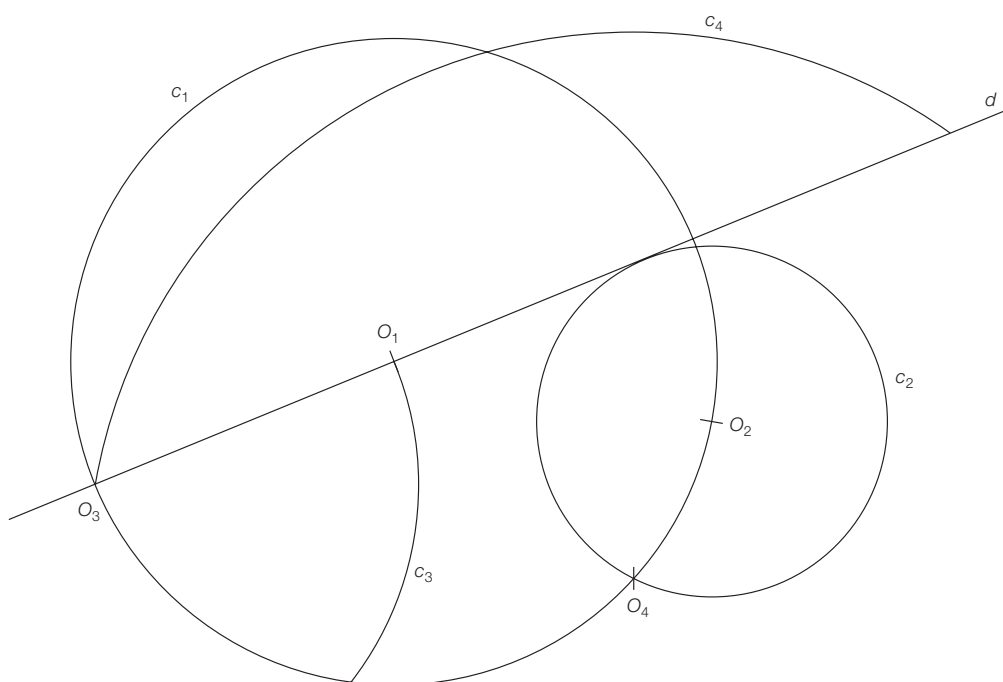
Construis tous les points manquants.





158.

Construis l'image de cette figure par la symétrie d'axe d .



Exercice 5

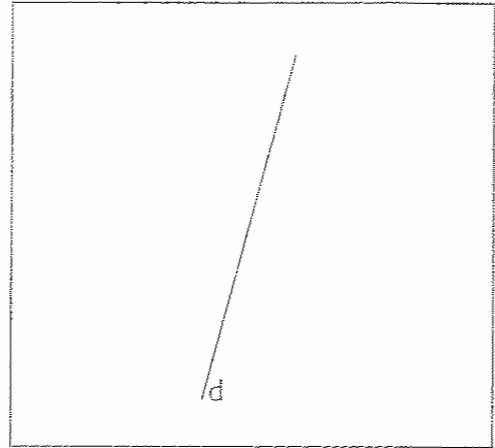
Deux fermes sont situées du même côté d'un canal rectiligne. On souhaite construire une station de pompage sur le canal et deux conduites reliant la station et chacune des fermes. Où faudra-t-il construire la station pour économiser au maximum sur la longueur des tubes ?

Indication. Commence par considérer la situation où les fermes se trouvent de part et d'autre du canal, puis utilise ta solution pour proposer une marche à suivre et une justification.

Exercice 6

Sur la donnée.

- a) Dessine quatre points situés à 1,5 cm de la droite d.



- b) Dessine tous les points situés à 1,5 cm de d.
- c) Explique comment réaliser cette construction le plus simplement et le plus rapidement possible.

.....

.....

.....

Exercice 7 (Optionnel)

Deux petits problèmes pour une pause ?

- 1) Un producteur d'huile d'olive possède un bidon de 10 litres d'huile, mais il aimerait partager cela en deux fois 5 litres. Malheureusement il ne possède que deux autres bidons, vides, de 7 et de 3 litres respectivement. Comment doit-il faire ?



- 2) Trouve des nombres entiers x , y et z tels que $28x + 30y + 31z = 365$.

Exercice 8**Les cercles.**

- 1) On considère deux cercles Γ_1 et Γ_2 de rayon r mesurant 2 cm et d est la distance qui sépare les deux centres. Dessine dans chacun des cas suivants une situation précise des deux cercles et de leur position l'un par rapport à l'autre : lorsque $d > 2 \cdot r$, lorsque $0 < d < 2 \cdot r$, lorsque $d = 2 \cdot r$ et lorsque $d = 0$.
- 2) Etant donné un segment $[AB]$ de longueur 5 cm, combien de cercles passent par A et B ?
- 3) Quel est le lieu géométrique des centres des cercles de rayon donné r passant par un point donné C ?

Remarque. Si on ne suppose pas que l'axiome (D7) est vrai, on pourrait travailler dans une géométrie où les points du plan ont des coordonnées rationnelles. Ceci signifie que $\Pi = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{Q}\}$. Alors les cercles de rayon 1 centrés en $(0; 0)$ et en $(1; 0)$ ne se coupent pas!

Exercice 9

ES27 Le pilote dans son avion

Pour un pilote d'avion, il est important de savoir à tout moment quel est l'aéroport le plus proche. Sur cette carte, construis la zone où un avion est plus proche de l'aéroport de Genève que de tous les aéroports des autres villes notées sur la carte.

