

Cours Euler: Série 5

17 septembre 2025

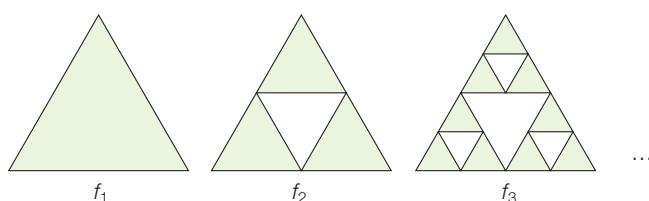
Exercice 1

Les Tapis de Sierpinski.



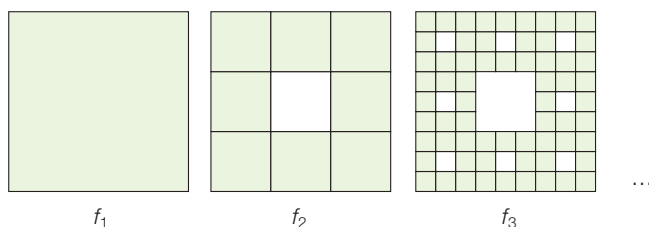
190.

- a) Exprime l'aire de chaque surface colorée (f_1 , f_2 , f_3 , f_4 , f_5 , ...) en fonction de celle de f_1 .



- b) Quelle sera l'aire de f_{15} ?

- c) Mêmes questions avec les figures suivantes :



Exercice 2

Trois élèves calculent le quotient $\frac{4}{5} : \frac{5}{8}$. Le premier trouve $\frac{45}{58}$, le deuxième simplifie avant d'effectuer le calcul et trouve $\frac{1}{2}$, le dernier effectue directement la division et obtient $\frac{32}{25}$. Qui a raison ?

168. Multiplier pour diviser

Aide-toi de ces quatre égalités :

$$\left(+\frac{2}{3}\right) : (+6) = \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{6}\right) = \left(+\frac{1}{9}\right) \quad \left(-\frac{2}{3}\right) : (+6) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(+\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$\left(+\frac{2}{3}\right) : (-6) = \left(+\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right) \quad \left(-\frac{2}{3}\right) : (-6) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(+\frac{1}{9}\right)$$

pour compléter celles-ci :

a) $\left(+\frac{2}{3}\right) : (-12) =$

d) $(+12) : (-0,5) =$

g) $(-5) : (-40) =$

b) $\left(+\frac{4}{5}\right) : (+16) =$

e) $\left(-\frac{21}{4}\right) : (+7) =$

h) $(+13) : (-500) =$

c) $(-6) : (-36) =$

f) $(+2) : \left(-\frac{2}{3}\right) =$

Exercice 3

Multiplications et divisions. Donne la réponse sous forme de fraction irréductible.

a) $\frac{9}{10} \cdot \frac{55}{72} \cdot \frac{64}{11} =$

e) $\frac{64 \cdot 35 \cdot 6}{105 \cdot 4 \cdot 8} =$

a) $\left(\frac{4}{3} : \frac{4}{3}\right) : \frac{4}{3} =$

e) $\left(\frac{5}{4} : \frac{2}{3}\right) \cdot 4 =$

b) $\frac{20}{4} \cdot \frac{32}{1000} \cdot 5 =$

f) $\frac{125 \cdot 270 \cdot 114}{3 \cdot 90 \cdot 62} =$

b) $\frac{4}{3} : \left(\frac{4}{3} : \frac{4}{3}\right) =$

f) $\frac{5}{4} : \left(\frac{2}{3} \cdot 4\right) =$

c) $\frac{14}{75} \cdot \frac{15}{3} \cdot \frac{125}{35} =$

g) $\frac{150 \cdot 81 \cdot 5}{270 \cdot 360 \cdot 30} =$

c) $\frac{2}{5} : \left(\frac{4}{5} : 3\right) =$

g) $\left(0 : \frac{3}{4}\right) : \frac{4}{3} =$

d) $\frac{78}{12} \cdot \frac{52}{39} \cdot \frac{6}{16} =$

h) $\frac{28 \cdot 24 \cdot 13}{72 \cdot 64 \cdot 28} =$

d) $\frac{7}{10} : \left(\frac{15}{4} : \frac{1}{15}\right) =$

h) $\left(\frac{3}{8} \cdot 0\right) : \frac{1}{4} =$

Exercice 4

167. Un pour tous !

Deux nombres dont le produit est égal à « 1 » sont *inverses* l'un de l'autre.

Quel est l'inverse de :

a) 18

c) -0,03

e) $\frac{27}{4}$

g) $\sqrt{4}$

b) -23

d) 1

f) $-\frac{3}{5}$

h) a

Exercice 5

Résous les problèmes suivants. Donne le détail de ton raisonnement.

On met en bouteilles 490 litres de vin.

Combien de bouteilles de $\frac{7}{10}$ l cela fait-il?

A chaque tour, une vis s'enfonce de $\frac{9}{10}$ mm?

Après combien de tours a-t-elle pénétré de 4,5 mm?

Un bassin rempli aux $\frac{2}{3}$ contient 1248 l.

Combien de litres faut-il ajouter pour qu'il soit plein?

Exercice 6

Effectue les calculs suivants en indiquant à chaque fois au moins une étape intermédiaire avec les deux fractions aux mêmes dénominateurs. Tu peux indiquer plus d'étapes si tu veux, par exemple pour simplifier les fractions. *Donne la réponse en fraction irréductible.*

Exemple :

$$\frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{4}{10} + \frac{25}{10} = \frac{29}{10}.$$

1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{14} =$

5) $\frac{13}{9} + \frac{15}{27} =$

2) $\frac{8}{3} + \left(\frac{-5}{4}\right) =$

6) $\frac{15}{7} + 3 =$

3) $\frac{28}{49} + \frac{64}{56} =$

7) $\frac{27}{10} + \frac{25}{30} =$

4) $-\frac{11}{12} + \frac{7}{18} =$

8) $\frac{250}{1750} + \frac{27}{126} =$

Exercice 7

Même consigne.

1) $\frac{4}{5} - \frac{1}{3} =$

4) $\frac{18}{20} - \left(\frac{-20}{30}\right) =$

2) $\frac{7}{3} - \frac{2}{27} =$

5) $\frac{75}{125} - \frac{140}{420} =$

3) $\frac{-11}{6} - \frac{3}{8} =$

Exercice 8

Effectue (étapes intermédiaires recommandées mais pas exigées). Réponse en fraction irréductible.

$$1) \frac{3}{8} + \frac{7}{4} + \frac{5}{6} =$$

$$2) \frac{1}{27} - \frac{8}{3} - \frac{2}{9} =$$

$$3) -\frac{4}{7} - \left(\frac{17}{42} - \frac{22}{84} \right) =$$

$$4) -\left(\frac{25}{15} + \frac{64}{24} \right) - \frac{45}{27} =$$

Exercice 9

On a à disposition les fractions $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

Trouve au moins trois manières différentes d'obtenir 1 comme somme *d'un nombre fini* de ces fractions, sans utiliser deux fois la même fraction. Peut-on obtenir le nombre 2 de cette manière ?

Exercice 10

Démontre la commutativité de l'addition dans \mathbb{Q} . Justifie chaque étape de ton raisonnement en t'inspirant de la démonstration vue en cours. Il faudra utiliser la définition des nombres rationnels, la définition de l'addition et la commutativité de l'addition dans \mathbb{Z} .

Exercice 11

Un menuisier désire construire un escalier composé de deux parties. L'une mesure 2,88 m de hauteur, l'autre 3,52 m de hauteur. Il désire construire des marches de même hauteur, comprise entre 15 et 20 cm.

Détermine la hauteur exacte de chaque marche et le nombre total de marches de cet escalier.

Exercice 12 (Optionnel)

Le compte est max, un jeu de M. Aebi. Détermine le nombre le plus grand possible que l'on peut obtenir en effectuant des opérations (+, ·, − et :) avec les nombres $\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{5}$ et $\frac{7}{2}$. Chaque nombre ne peut être utilisé qu'une seule fois.