Cours Euler: Série 4

10 septembre 2025

Exercice 1

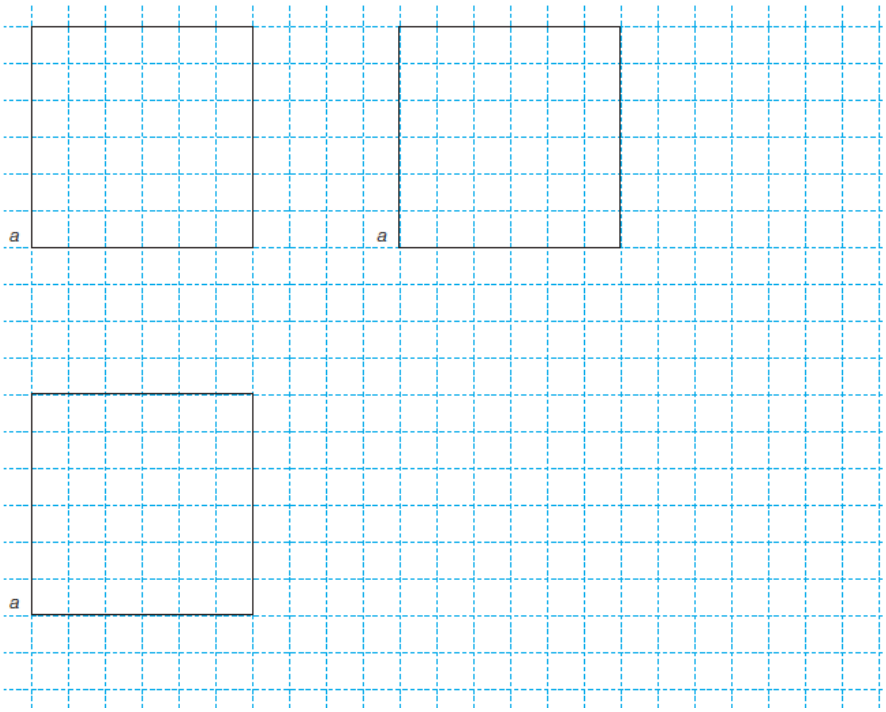
1) Démontre que la relation $\sim$ entre fractions qui a été introduite au cours est réflexive et symétrique.

2) Démontre que si $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$, alors on peut passer de $\frac{a}{b}$ à $\frac{c}{d}$ par une amplification suivie d'une simplification.

Exercice 2

b) Le carré a étant donné, dessine un carré b de telle sorte que leur intersection soit égale:

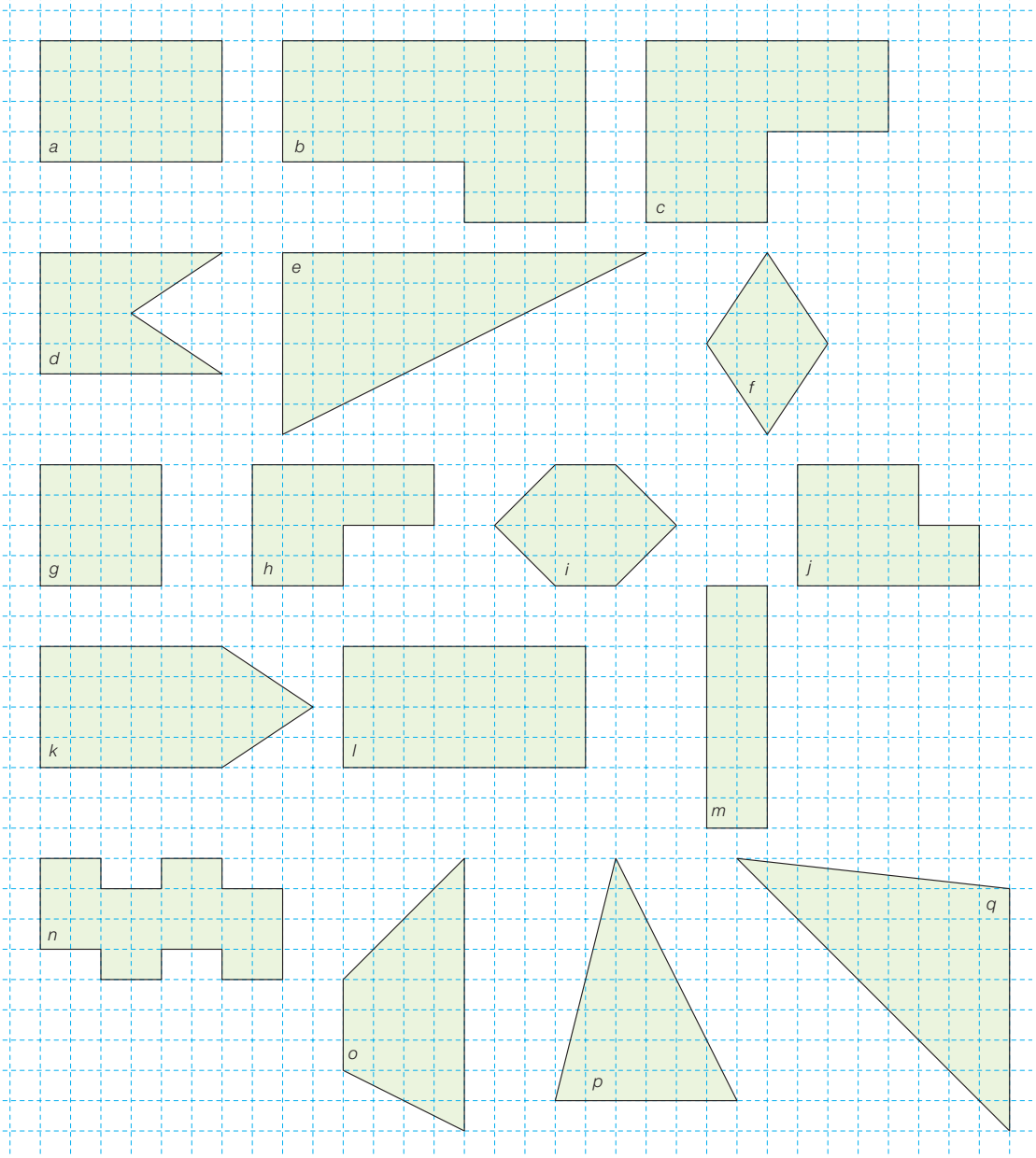
- à la moitié de a et au quart de b ;
- au sixième de a et aux deux tiers de b ;
- à a et à la moitié de b .



189.

L'unité d'aire est le rectangle *a* .

Exprime l'aire de chaque figure.

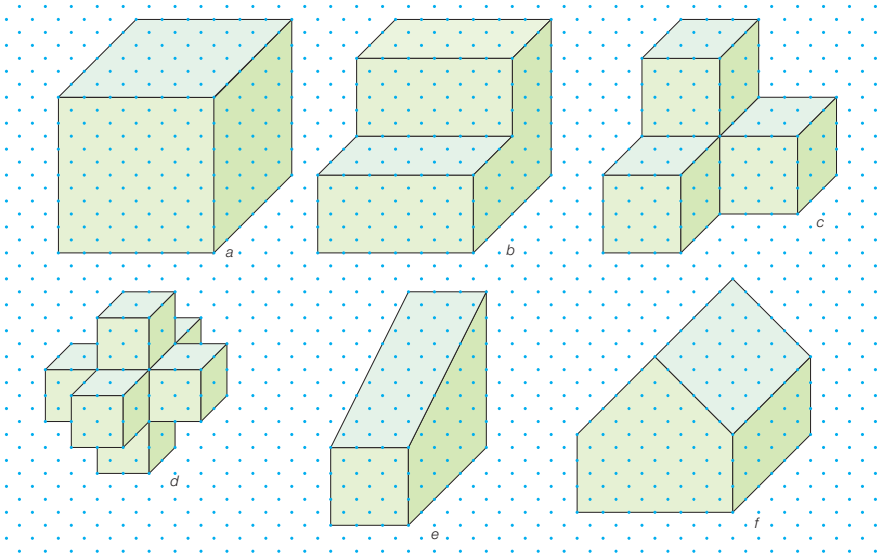


Nombres et opérations Nombres rationnels

188.

L'unité de volume est le cube *a* .

Exprime le volume de chacun des autres solides.

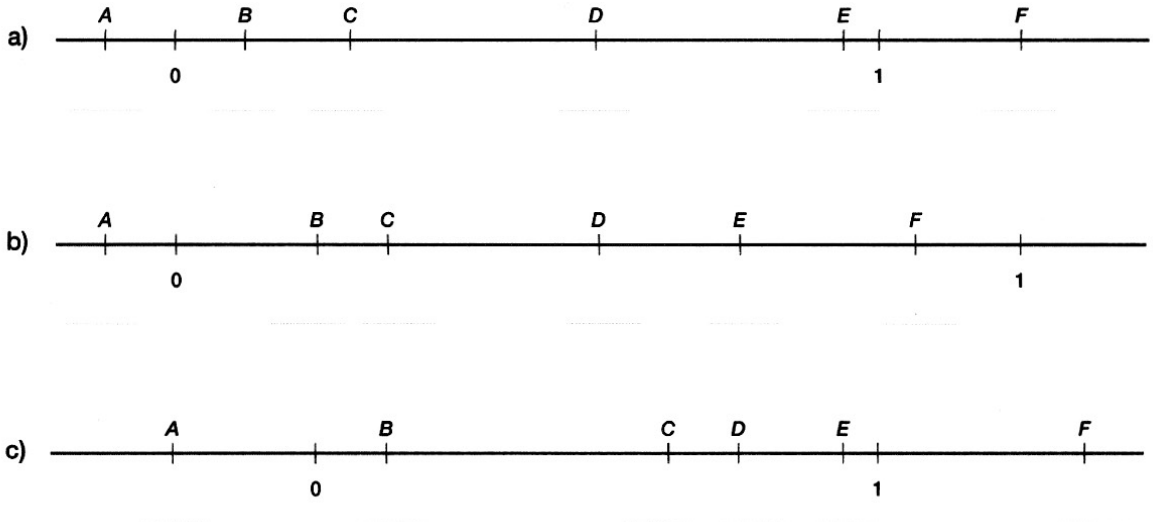


Exercice 3

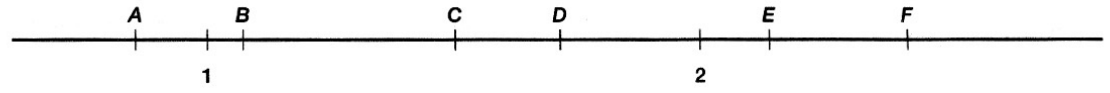
Effectue sur la donnée. Choisis trois ou quatre points dans chacune des parties. Utilise la règle pour trouver une fraction qui représente le point choisi :

NO187 Diverses graduations

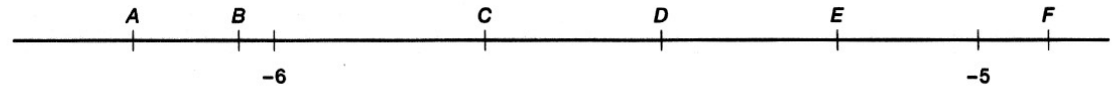
Quel nombre est associé à chaque lettre ?



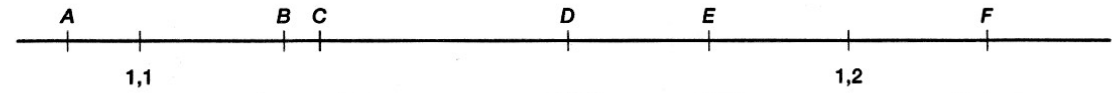
d)



e)



f)



Exercice 4

NO106 Simplifications sauvages

Remplace les « ..... » par = ou ≠.

a) $\frac{170}{340} \quad ..... \quad \frac{17 \cdot 10}{17 \cdot 20} \quad ..... \quad \frac{10}{20} \quad ..... \quad \frac{1}{2}$

b) $\frac{17+60}{17+51} \quad ..... \quad \frac{60}{51} \quad ..... \quad \frac{20}{17}$

c) $\frac{17+17}{17+17+17} \quad ..... \quad \frac{17 \cdot 2}{17 \cdot 3} \quad ..... \quad \frac{2}{3}$

d) $\frac{117}{217} \quad ..... \quad \frac{11}{21}$

e) $\frac{17^4}{17^2} \quad ..... \quad \frac{17^2 \cdot 17^2}{17^2} \quad ..... \quad 17^2$

f) $\frac{17+17+18}{17+18} \quad ..... \quad 17$

g) $\frac{17^2+17^3}{17^2} \quad ..... \quad \frac{17^2}{17^2} + \frac{17^3}{17^2} \quad ..... \quad 1+17 \quad ..... \quad 18$

Exercice 5

Complète:

$\frac{2}{5} = \frac{6}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{15} = \frac{20}{\quad} = \frac{42}{\quad} = \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{45} = 0,.....$

$\frac{\quad}{5} = \frac{6}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{15} = \frac{20}{\quad} = \frac{42}{\quad} = \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{45} = 0,2$

$\frac{9}{\quad} = \frac{36}{\quad} = \frac{72}{\quad} = \frac{\quad}{12} = \frac{180}{\quad} = \frac{90}{\quad} = \frac{\quad}{320} = \frac{\quad}{44} = 2,25$

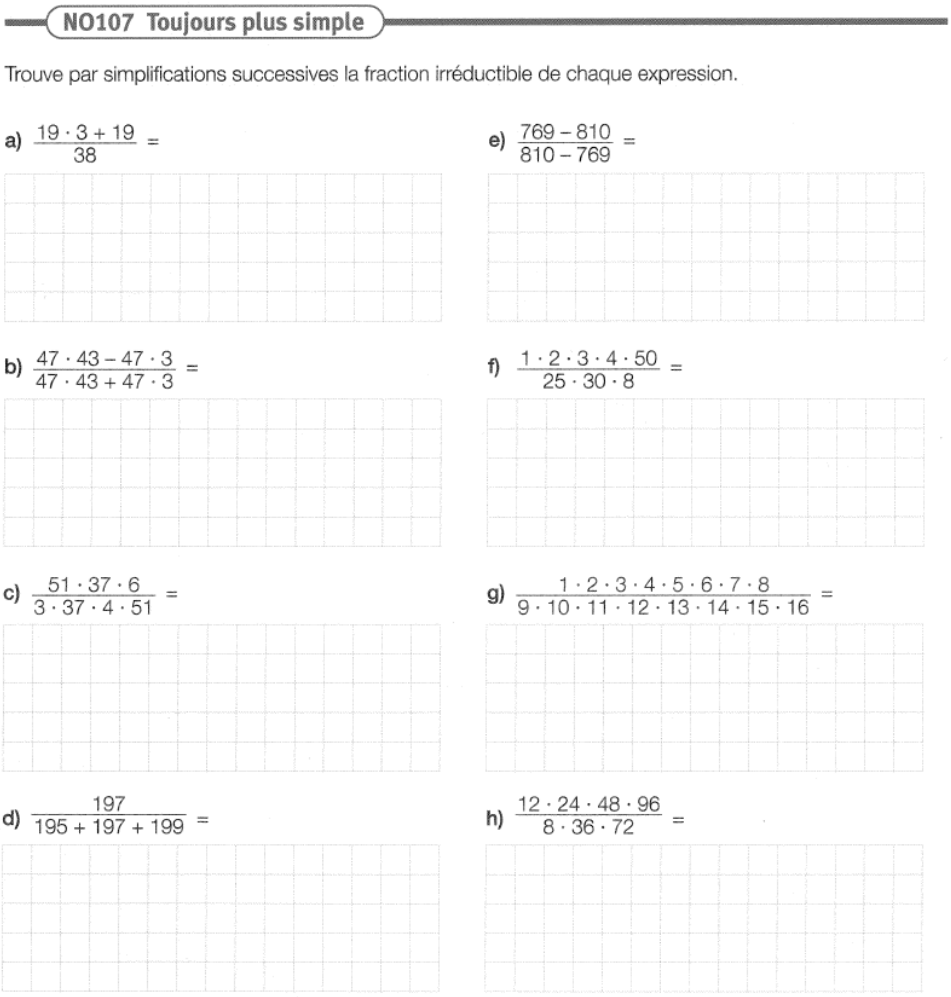
$\frac{2}{3} = \frac{16}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{15} = \frac{22}{\quad} = \frac{42}{\quad} = \frac{\quad}{39} = \frac{\quad}{45} = 0,.....$

$\frac{3}{\quad} = \frac{6}{\quad} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{14} = \frac{27}{\quad} = \frac{42}{\quad} = \frac{\quad}{62} = \frac{\quad}{70} = 1,5$

$\frac{3}{7} = \frac{9}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{77} = \frac{27}{\quad} = \frac{42}{\quad} = \frac{\quad}{35} = \frac{\quad}{49} = 0,.....$

Exercice 6

Effectue sur la donnée :



NO107 Toujours plus simple

Trouve par simplifications successives la fraction irréductible de chaque expression.

a) $\frac{19 \cdot 3 + 19}{38} =$

b) $\frac{47 \cdot 43 - 47 \cdot 3}{47 \cdot 43 + 47 \cdot 3} =$

c) $\frac{51 \cdot 37 \cdot 6}{3 \cdot 37 \cdot 4 \cdot 51} =$

d) $\frac{197}{195 + 197 + 199} =$

e) $\frac{769 - 810}{810 - 769} =$

f) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 50}{25 \cdot 30 \cdot 8} =$

g) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} =$

h) $\frac{12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 96}{8 \cdot 36 \cdot 72} =$

Exercice 7

Détermine la fraction irréductible des fractions suivantes :

1. $\frac{15}{75} =$
2. $\frac{560}{49} =$
3. $\frac{23}{40} =$
4. $\frac{73}{73} =$
5. $\frac{49}{560} =$
6. $\frac{2835}{7200} =$
7. $\frac{256}{1} =$
8. $\frac{333}{3333} =$
9. $\frac{10000}{1000000} =$
10. $\frac{9540}{10780} =$

Exercice 8

L'aide de camp du général essuie un reproche de la part de son supérieur : « Tu ne fiches rien les trois quarts du temps et la moitié de ton travail est insuffisant ! ». Quelle fraction de son temps de travail est-elle suffisante ? Sur une séance de travail de 2 heures et demi, combien de temps l'aide de camp travaille-t-il correctement ?

Exercice 9

Calcule mentalement:

a) les $\frac{3}{100}$ de 1200

b) le $\frac{1}{3}$ de 48'000

c) les $\frac{4}{9}$ de 810

d) les $\frac{10}{3}$ de 300

e) le $\frac{3}{5}$ de 555

f) les $\frac{7}{10}$ de 6000

g) les $\frac{9}{20}$ de 1600

h) les $\frac{5}{3}$ de 675

Exercice 10

Dans le cas où la donnée fait apparaître un nombre à virgule, convertis-le d'abord en fraction, puis fais le calcul.

205.

Simplifie, si possible, chaque produit avant d'effectuer les multiplications.

a) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5}$

b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$

c) $24 \cdot \frac{5}{3}$

d) $\frac{8}{25} \cdot \frac{5}{4}$

e) $\frac{10}{17} \cdot 1{,}7$

f) $-\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8}$

g) $-\frac{2}{9} \cdot \frac{18}{4}$

h) $\frac{-1}{4} \cdot \frac{-4}{10}$

i) $1{,}44 \cdot \frac{1}{12}$

Exercice 11

Effectue les produits et donne la réponse sous la forme d'un code fractionnaire irréductible:

a) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} =$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} =$

c) $\frac{3}{12} \cdot \frac{3}{10} =$

d) $\frac{9}{10} \cdot \frac{20}{36} =$

e) $\frac{14}{28} \cdot \frac{38}{49} =$

f) $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{36} =$

g) $\frac{6}{2} \cdot \frac{8}{11} =$

h) $\frac{22}{51} \cdot \frac{17}{3} =$

Exercice 12

Démontre la commutativité et l'associativité de la multiplication dans $\mathbb{Q}$. Il faudra justifier les étapes de calcul en utilisant la définition des nombres rationnels, la définition de la multiplication et la commutativité/associativité de la multiplication dans $\mathbb{Z}$.