

# Cours Euler: Série 4

11 septembre 2024

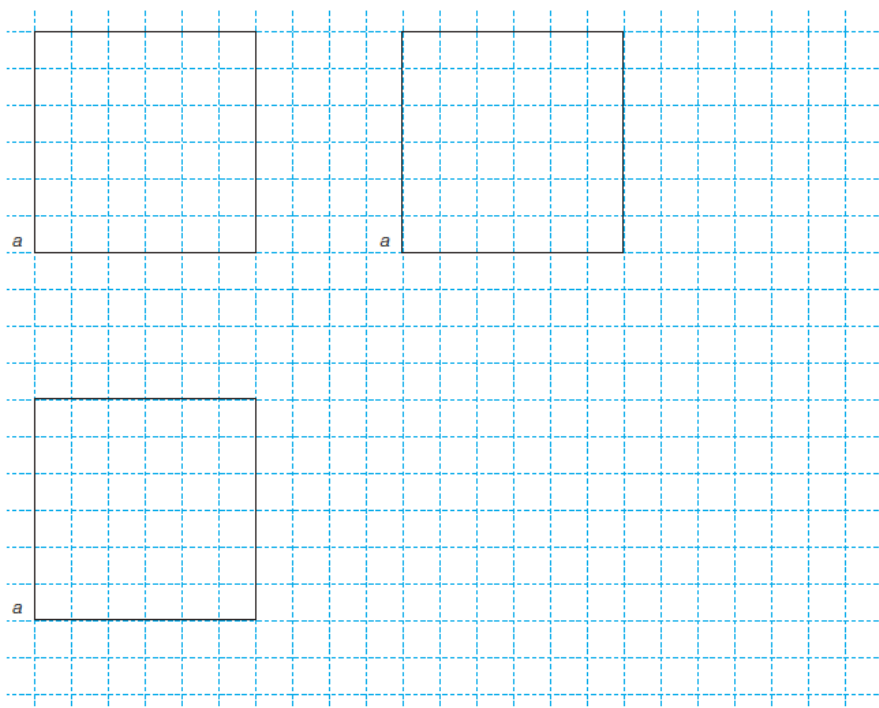
## Exercice 1

- 1) Démontre que la relation  $\sim$  entre fractions qui a été introduite au cours est réflexive et symétrique.
- 2) Démontre que si  $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$ , alors on peut passer de  $\frac{a}{b}$  à  $\frac{c}{d}$  par une amplification suivie d'une simplification.

## Exercice 2

b) Le carré  $a$  étant donné, dessine un carré  $b$  de telle sorte que leur intersection soit égale:

- à la moitié de  $a$  et au quart de  $b$  ;
- au sixième de  $a$  et aux deux tiers de  $b$  ;
- à  $a$  et à la moitié de  $b$  .



Nombres et opérations

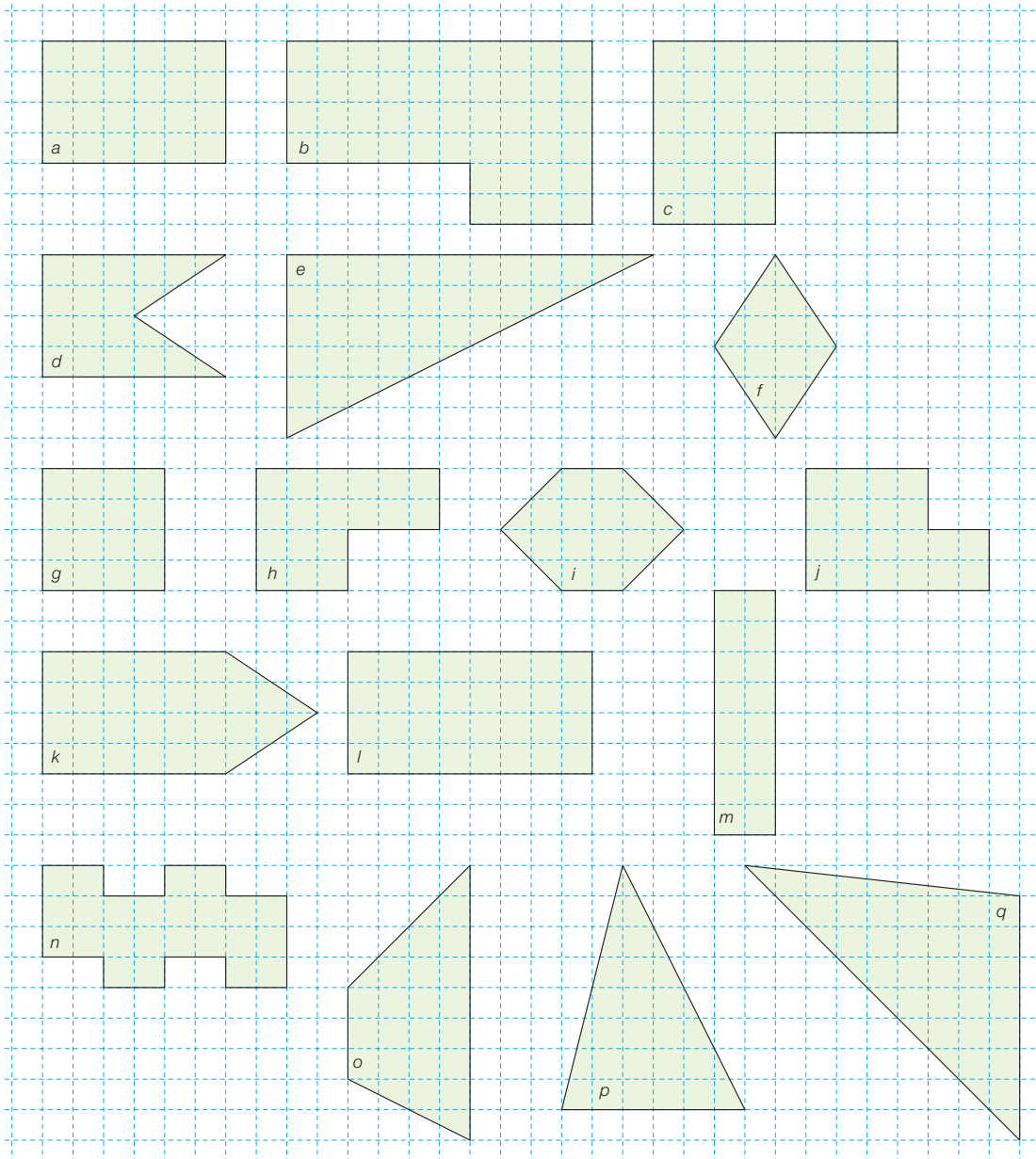
Nombres rationnels



189.

L'unité d'aire est le rectangle  $a$ .

Exprime l'aire de chaque figure.

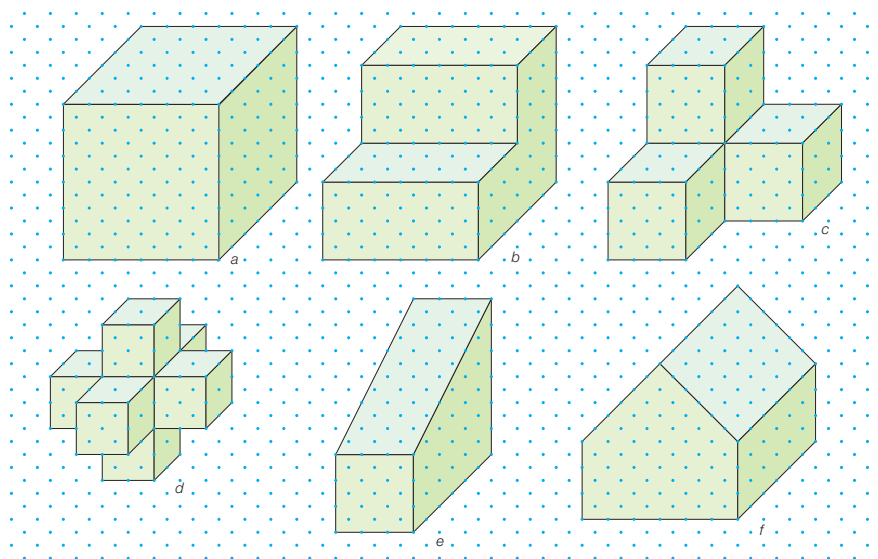




188.

L'unité de volume est le cube  $a$ .

Exprime le volume de chacun des autres solides.

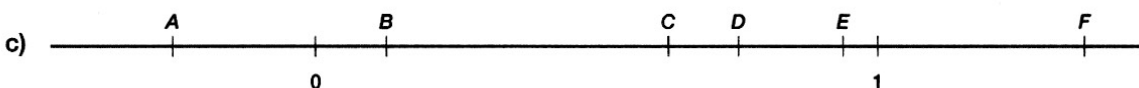
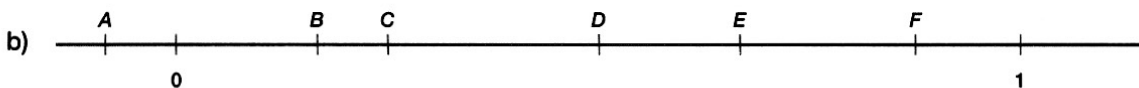
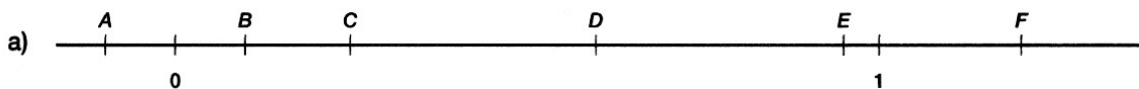


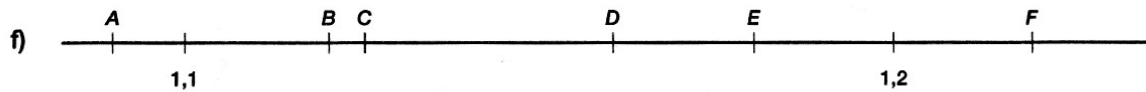
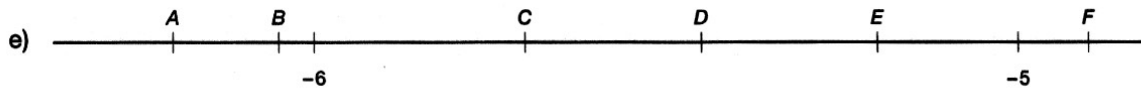
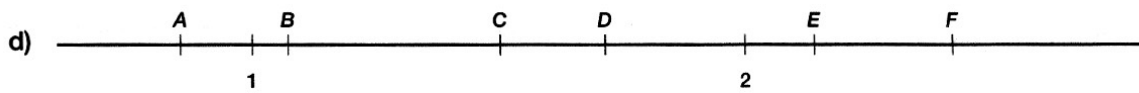
### Exercice 3

Effectue sur la donnée. Choisis trois ou quatre points dans chacune des parties. Utilise la règle pour trouver une fraction qui représente le point choisi :

#### NO187 Diverses graduations

Quel nombre est associé à chaque lettre ?





## Exercice 4

## NO106 Simplifications sauvages

Remplace les «  $\dots$  » par = ou  $\neq$ .

a)  $\frac{170}{340} \dots \frac{17 \cdot 10}{17 \cdot 20} \dots \frac{10}{20} \dots \frac{1}{2}$

e)  $\frac{17^4}{17^2} \dots \frac{17^2 \cdot 17^2}{17^2} \dots 17^2$

b)  $\frac{17+60}{17+51} \dots \frac{60}{51} \dots \frac{20}{17}$

f)  $\frac{17+17+18}{17+18} \dots 17$

c)  $\frac{17+17}{17+17+17} \dots \frac{17 \cdot 2}{17 \cdot 3} \dots \frac{2}{3}$

g)  $\frac{17^2+17^3}{17^2} \dots \frac{17^2}{17^2} + \frac{17^3}{17^2} \dots 1+17 \dots 18$

d)  $\frac{117}{217} \dots \frac{11}{21}$

## Exercice 5

Complète:

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{18}{45} = \frac{20}{50} = \frac{42}{105} = \frac{35}{175} = \frac{45}{225} = 0,4$$

$$\frac{1}{5} = \frac{6}{30} = \frac{18}{90} = \frac{20}{100} = \frac{42}{210} = \frac{35}{175} = \frac{45}{225} = 0,2$$

$$\frac{9}{12} = \frac{36}{48} = \frac{72}{96} = \frac{180}{240} = \frac{90}{120} = \frac{320}{320} = \frac{44}{44} = 2,25$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \frac{22}{33} = \frac{42}{63} = \frac{39}{58,5} = \frac{45}{67,5} = 0,666\dots$$

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{27}{18} = \frac{42}{28} = \frac{62}{41,33} = \frac{70}{46,66} = 1,5$$

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{18}{42} = \frac{27}{63} = \frac{42}{147} = \frac{42}{147} = \frac{49}{147} = 0,428\dots$$

**Exercice 6**

Effectue sur la donnée :

**NO107 Toujours plus simple**

Trouve par simplifications successives la fraction irréductible de chaque expression.

a)  $\frac{19 \cdot 3 + 19}{38} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

e)  $\frac{769 - 810}{810 - 769} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

b)  $\frac{47 \cdot 43 - 47 \cdot 3}{47 \cdot 43 + 47 \cdot 3} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

f)  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 50}{25 \cdot 30 \cdot 8} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

c)  $\frac{51 \cdot 37 \cdot 6}{3 \cdot 37 \cdot 4 \cdot 51} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

g)  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

d)  $\frac{197}{195 + 197 + 199} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

h)  $\frac{12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 96}{8 \cdot 36 \cdot 72} =$

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Exercice 7**

Détermine la fraction irréductible des fractions suivantes :

1.  $\frac{15}{75} =$

5.  $\frac{49}{560} =$

9.  $\frac{10000}{1000000} =$

2.  $\frac{560}{49} =$

6.  $\frac{2835}{7200} =$

10.  $\frac{9540}{10780} =$

3.  $\frac{23}{40} =$

7.  $\frac{256}{1} =$

4.  $\frac{73}{73} =$

8.  $\frac{333}{3333} =$

**Exercice 8**

L'aide de camp du général essuie un reproche de la part de son supérieur : « Tu ne fiches rien les trois quarts du temps et la moitié de ton travail est insuffisant ! ». Quelle fraction de son temps de travail est-elle suffisante ? Sur une séance de travail de 2 heures et demi, combien de temps l'aide de camp travaille-t-il correctement ?

## Exercice 9

Calcule mentalement :

a) les  $\frac{3}{100}$  de 1200

e) le  $\frac{3}{5}$  de 555

b) le  $\frac{1}{3}$  de 48'000

f) les  $\frac{7}{10}$  de 6000

c) les  $\frac{4}{9}$  de 810

g) les  $\frac{9}{20}$  de 1600

d) les  $\frac{10}{3}$  de 300

h) les  $\frac{5}{3}$  de 675

## Exercice 10

Dans le cas où la donnée fait apparaître un nombre à virgule, convertis-le d'abord en fraction, puis fais le calcul.



205.

Simplifie, si possible, chaque produit avant d'effectuer les multiplications.

a)  $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5}$

d)  $\frac{8}{25} \cdot \frac{5}{4}$

g)  $-\frac{2}{9} \cdot \frac{18}{4}$

b)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$

e)  $\frac{10}{17} \cdot 1,7$

h)  $\frac{-1}{4} \cdot \frac{-4}{10}$

c)  $24 \cdot \frac{5}{3}$

f)  $-\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8}$

i)  $1,44 \cdot \frac{1}{12}$

## Exercice 11

Effectue les produits et donne la réponse sous la forme d'un code fractionnaire irréductible :

a)  $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} =$

e)  $\frac{14}{28} \cdot \frac{38}{49} =$

b)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} =$

f)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{36} =$

c)  $\frac{3}{12} \cdot \frac{3}{10} =$

g)  $\frac{6}{2} \cdot \frac{8}{11} =$

d)  $\frac{9}{10} \cdot \frac{20}{36} =$

h)  $\frac{22}{51} \cdot \frac{17}{3} =$

## Exercice 12

Démontre la commutativité et l'associativité de la multiplication dans  $\mathbb{Q}$ . Il faudra justifier les étapes de calcul en utilisant la définition des nombres rationnels, la définition de la multiplication et la commutativité/associativité de la multiplication dans  $\mathbb{Z}$ .