

Cours Euler: Série 4

13 septembre 2023

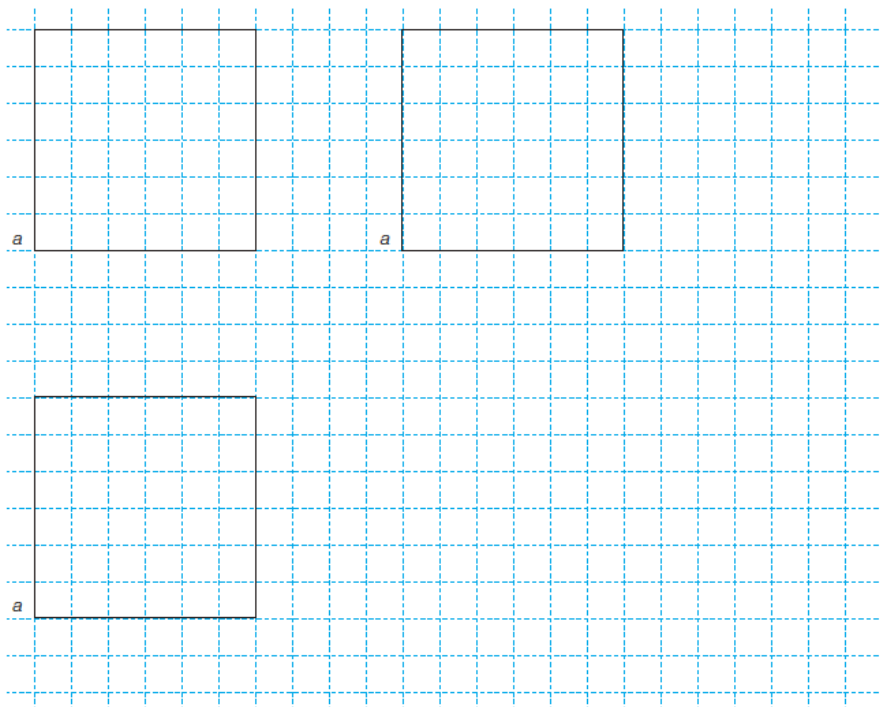
Exercice 1

1. Démontre que la relation \sim entre fractions qui a été introduite au cours est réflexive et symétrique.
2. Démontre que si $\frac{a}{b} \sim \frac{c}{d}$, alors on peut passer de $\frac{a}{b}$ à $\frac{c}{d}$ par une amplification suivie d'une simplification.

Exercice 2

b) Le carré a étant donné, dessine un carré b de telle sorte que leur intersection soit égale :

- à la moitié de a et au quart de b ;
- au sixième de a et aux deux tiers de b ;
- à a et à la moitié de b .



Nombres et opérations

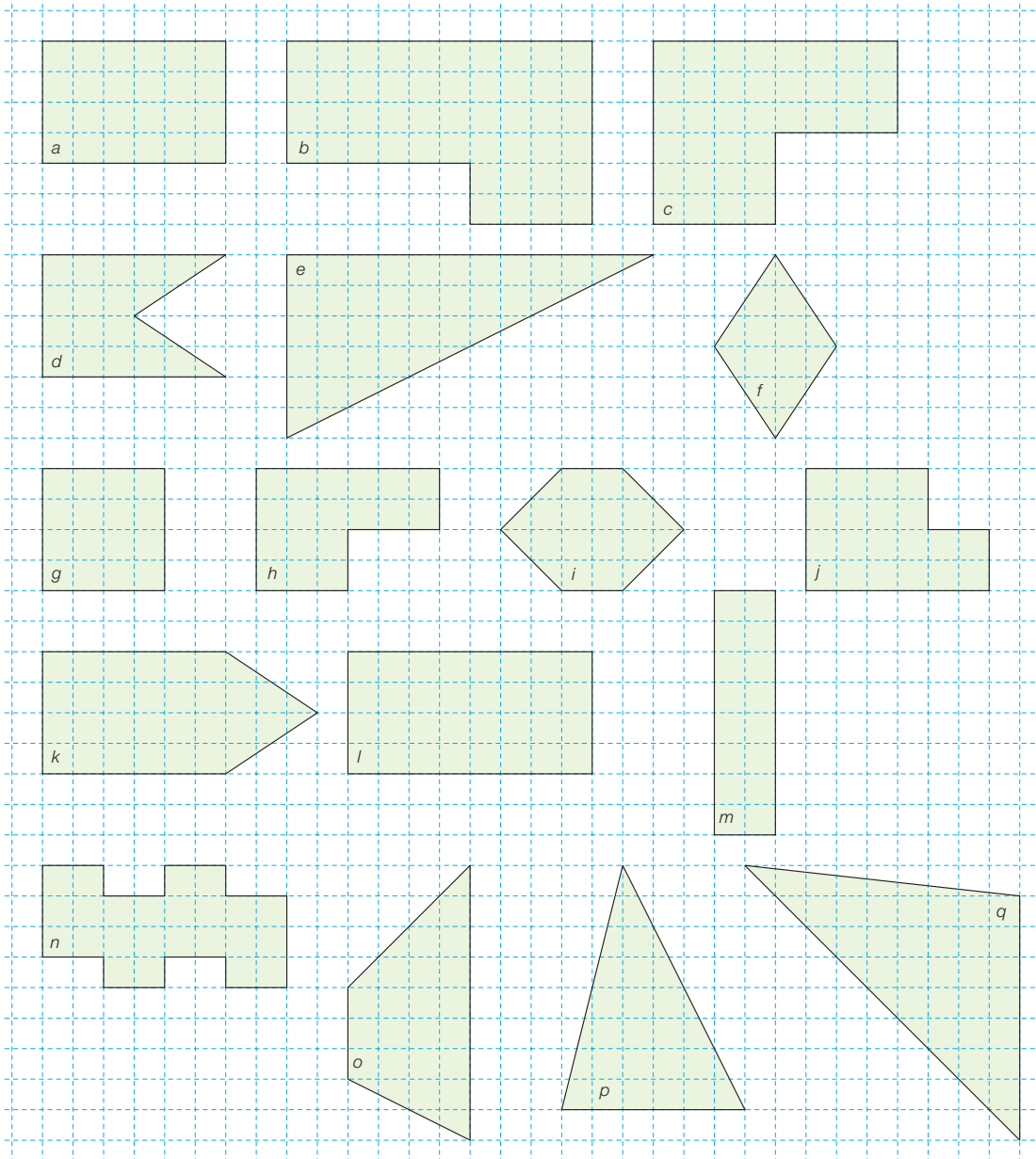
Nombres rationnels



189.

L'unité d'aire est le rectangle a .

Exprime l'aire de chaque figure.

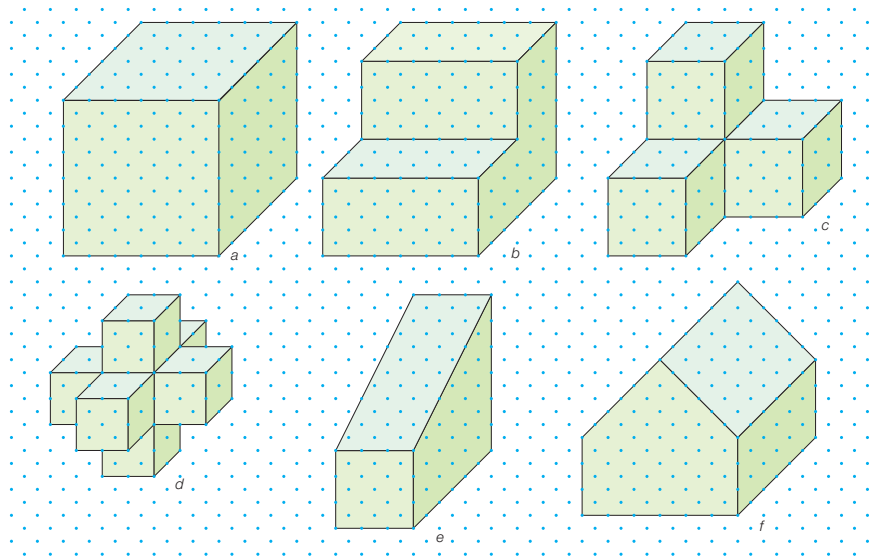




188.

L'unité de volume est le cube a .

Exprime le volume de chacun des autres solides.

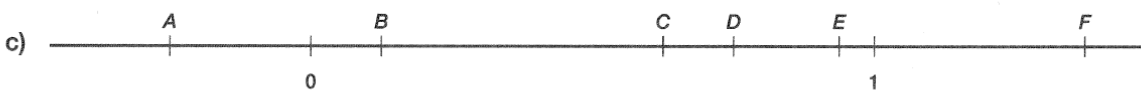
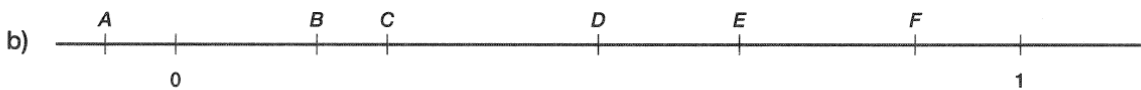
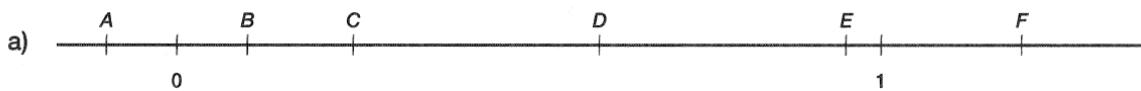


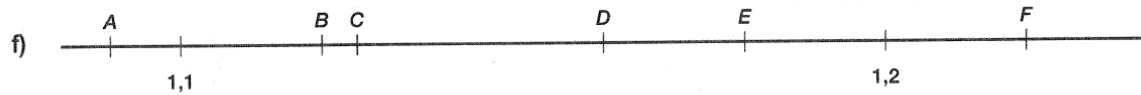
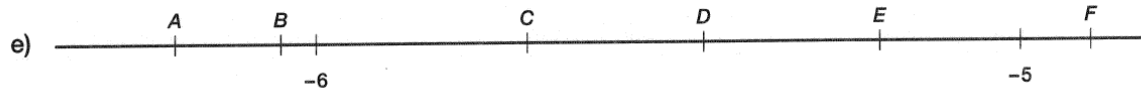
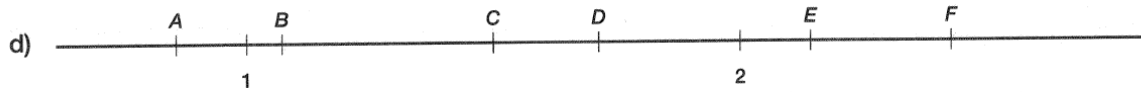
Exercice 3

Effectue sur la donnée. Choisis trois ou quatre points dans chacune des parties. Utilise la règle pour trouver une fraction qui représente le point choisi :

NO187 Diverses graduations

Quel nombre est associé à chaque lettre ?





Exercice 4

NO106 Simplifications sauvages

Remplace les « \dots » par = ou \neq .

a) $\frac{170}{340} \dots \frac{17 \cdot 10}{17 \cdot 20} \dots \frac{10}{20} \dots \frac{1}{2}$

e) $\frac{17^4}{17^2} \dots \frac{17^2 \cdot 17^2}{17^2} \dots 17^2$

b) $\frac{17+60}{17+51} \dots \frac{60}{51} \dots \frac{20}{17}$

f) $\frac{17+17+18}{17+18} \dots 17$

c) $\frac{17+17}{17+17+17} \dots \frac{17 \cdot 2}{17 \cdot 3} \dots \frac{2}{3}$

g) $\frac{17^2+17^3}{17^2} \dots \frac{17^2}{17^2} + \frac{17^3}{17^2} \dots 1+17 \dots 18$

d) $\frac{117}{217} \dots \frac{11}{21}$

Exercice 5

Complète:

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{18}{45} = \frac{20}{50} = \frac{42}{105} = \frac{35}{175} = \frac{45}{225} = 0,4$$

$$\frac{1}{5} = \frac{6}{30} = \frac{18}{90} = \frac{20}{100} = \frac{42}{210} = \frac{35}{175} = \frac{45}{225} = 0,2$$

$$\frac{9}{12} = \frac{36}{48} = \frac{72}{96} = \frac{180}{240} = \frac{90}{120} = \frac{320}{320} = \frac{44}{44} = 2,25$$

$$\frac{2}{3} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \frac{22}{33} = \frac{42}{63} = \frac{39}{58,5} = \frac{45}{67,5} = 0,666\dots$$

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{27}{18} = \frac{42}{28} = \frac{62}{41,33} = \frac{70}{46,66} = 1,5$$

$$\frac{3}{7} = \frac{9}{21} = \frac{18}{42} = \frac{27}{63} = \frac{42}{147} = \frac{42}{147} = \frac{49}{147} = 0,428\dots$$

Exercice 6

Effectue sur la donnée :

NO107 Toujours plus simple

Trouve par simplifications successives la fraction irréductible de chaque expression.

a) $\frac{19 \cdot 3 + 19}{38} =$

e) $\frac{769 - 810}{810 - 769} =$

b) $\frac{47 \cdot 43 - 47 \cdot 3}{47 \cdot 43 + 47 \cdot 3} =$

f) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 50}{25 \cdot 30 \cdot 8} =$

c) $\frac{51 \cdot 37 \cdot 6}{3 \cdot 37 \cdot 4 \cdot 51} =$

g) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16} =$

d) $\frac{197}{195 + 197 + 199} =$

h) $\frac{12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 96}{8 \cdot 36 \cdot 72} =$

Exercice 7

Détermine la fraction irréductible des fractions suivantes :

1. $\frac{15}{75} =$

5. $\frac{49}{560} =$

9. $\frac{10000}{1000000} =$

2. $\frac{560}{49} =$

6. $\frac{2835}{7200} =$

10. $\frac{9540}{10780} =$

3. $\frac{23}{40} =$

7. $\frac{256}{1} =$

4. $\frac{73}{73} =$

8. $\frac{333}{3333} =$

Exercice 8

L'aide de camp du général essuie un reproche de la part de son supérieur : « Tu ne fiches rien les trois quarts du temps et la moitié de ton travail est insuffisant ! ». Quelle fraction de son temps de travail est-elle suffisante ? Sur une séance de travail de 2 heures et demi, combien de temps l'aide de camp travaille-t-il correctement ?

Exercice 9

Calcule mentalement:

a) les $\frac{3}{100}$ de 1200

e) le $\frac{3}{5}$ de 555

b) le $\frac{1}{3}$ de 48'000

f) les $\frac{7}{10}$ de 6000

c) les $\frac{4}{9}$ de 810

g) les $\frac{9}{20}$ de 1600

d) les $\frac{10}{3}$ de 300

h) les $\frac{5}{3}$ de 675

Exercice 10

Dans le cas où la donnée fait apparaître un nombre à virgule, convertis-le d'abord en fraction, puis fais le calcul.



205.

Simplifie, si possible, chaque produit avant d'effectuer les multiplications.

a) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{5}$

d) $\frac{8}{25} \cdot \frac{5}{4}$

g) $-\frac{2}{9} \cdot \frac{18}{4}$

b) $\frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}$

e) $\frac{10}{17} \cdot 1,7$

h) $\frac{-1}{4} \cdot \frac{-4}{10}$

c) $24 \cdot \frac{5}{3}$

f) $-\frac{20}{11} \cdot \frac{44}{8}$

i) $1,44 \cdot \frac{1}{12}$

Exercice 11

Effectue les produits et donne la réponse sous la forme d'un code fractionnaire irréductible:

a) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{10} =$

e) $\frac{14}{28} \cdot \frac{38}{49} =$

b) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} =$

f) $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{36} =$

c) $\frac{3}{12} \cdot \frac{3}{10} =$

g) $\frac{6}{2} \cdot \frac{8}{11} =$

d) $\frac{9}{10} \cdot \frac{20}{36} =$

h) $\frac{22}{51} \cdot \frac{17}{3} =$

Exercice 12

Démontre la commutativité de la multiplication dans \mathbb{Q} . Il faudra justifier les étapes de calcul en utilisant la définition des nombres rationnels, la définition de la multiplication et la commutativité de la multiplication dans \mathbb{Z} .

Préparation du Test 1. Certains exercices du premier test reprennent les sujets du Test 0 fait au mois de juin, les nouveaux sujets examinés concernent les entiers relatifs, voici quelques exercices de test pour vous entraîner.

Exercice 13

Test 2021 (10 points). Soient a et b deux nombres entiers relatifs.

- (a) On suppose que $b \mid a$. Comment définit-on le quotient $a : b$?
(b) Soient $m, n \in \mathbb{N}$. Si $a = (-m)$ et $b = (-n)$ quel est le nombre entier relatif $a : b$? Prouve-le.

Exercice 14

Test 2021 (8 points). Effectue le calcul suivant en enlevant d'abord toutes les parenthèses de signe, puis celles qui sont superflues. Effectue ensuite pas à pas.

$$(+5) + (-7) \cdot [(+3) - \{(+2) - (-1)\}] - \{[(+2) \cdot (-3)] \cdot (+5) + [(+4) \cdot (+4)]\} : (-2) =$$

Exercice 15

Test 2021 (12 points). Donne la définition de la somme $(-n) + (+m)$ dans \mathbb{Z} . Montre ensuite que $(-n) + (+m) = (+m) + (-n)$ pour tous $m, n \in \mathbb{N}$.

Exercice 16

Test 2021 (12 points). On se rend au sommet d'une montagne célèbre par un petit train qui prend 132 voyageurs à chaque trajet. Il ne part que s'il est plein et redescend vide. Après une promenade on descend de l'autre côté par un téléphérique qui prend 55 personnes. Ici aussi le trajet ne s'effectue que lorsqu'il est plein et il remonte vide. Combien de visiteurs doivent monter au minimum pour que tout le monde puisse redescendre ? Explique ta démarche et donne le détail des calculs que tu fais.