

Cours Euler: Corrigé 3

6 septembre 2023

Exercice 1

- a) $-12 - 34 + 34 - [-(56 - 22) + 12] + (-78)$
 $= (-12) - (+34) + (+34) - \{ -[(+56) - (+22)] + (+12) \} + (-78)$
- b) $48 - \{-90 - [-50 + 12 - (-14)] - 50\} - 9$
 $= (+48) - \{(-90) - [(-50) + (+12) - (-14)] - (+50)\} - (+9)$
- c) $-[49 + (+12) - (-89)] + (8 - 67 + 89) - (-23 - 12)$
 $= -[(+49) + (+12) - (-89)] + [(+8) - (+67) + (+89)] - [(-23) - (+12)]$
- d) $- | 64 - 87 - [-23 + 12 - (8 - 47)] + 12 | + 13$
 $= - | (+64) - (+87) - \{(-23) + (+12) - [(+8) - (+47)]\} + (+12) | + (+13)$
- e) $-\{-[-(-3)]\}$

Exercice 2

- | | | | |
|----------------------|---------|-----------------------------|---------|
| a) $-(17 - 17) - 34$ | $= -34$ | e) $17 - 17 - (17 - 17)$ | $= 0$ |
| b) $17 - 17 - 34$ | $= -34$ | f) $-(17 - 17) - (17 - 17)$ | $= 0$ |
| c) $-17 - (17 - 34)$ | $= 0$ | $-17 - (17 - 17 - 17)$ | $= 0$ |
| d) $17 - (17 - 34)$ | $= 34$ | g) $17 - 17 - 17 - 17$ | $= -34$ |

En ajoutant autant de parenthèses que l'on souhaite à l'expression $-7 - 7 - 7 - 7 - 7$, on peut obtenir les nombres -35 , -21 , 21 , -7 et 7 . On donne ci-dessous quelques manières d'obtenir ces nombres (en effet, il y a d'autres manières de placer les parenthèses pour obtenir les mêmes résultats) :

$$-35 = -7 - 7 - 7 - 7 - 7 \quad \text{et} \quad -21 = -7 - 7 - 7 - (7 - 7) = -(7 - 7) - 7 - 7 - 7$$

$$-7 = -7 - 7 - (7 - 7 - 7) = -7 - [7 - 7 - (7 - 7)] \quad \text{et} \quad 7 = -[7 - (7 - 7) - 7 - 7] = -[7 - 7 - (7 - 7) - 7]$$

$$21 = -[7 - 7 - 7 - 7 - 7]$$

Exercice 3

△ Ce corrigé issu des fichiers scolaires ne correspond pas exactement à la donnée du manuel scolaire. Il est par contre cohérent.

- | | | |
|----|---|---|
| a) | $(12 \cdot 4) \cdot 2 = 96$ | $12 \cdot 4 \cdot 2 = 96$ |
| b) | $(24 + 15) = (15 + 24)$ | $24 + 15 = 15 + 24$ |
| c) | $(5 + 27) + 3 = (27 + 3) + 5$ | $5 + 27 + 3 = 27 + 3 + 5$ |
| d) | $9 + (6 + 4) = (9 + 6) + 4$ | $9 + 6 + 4 = 9 + 6 + 4$ |
| e) | $(15 \cdot 3) \cdot 10 = 15 \cdot (10 \cdot 3)$ | $15 \cdot 3 \cdot 10 = 15 \cdot 10 \cdot 3$ |
| f) | $5 \cdot (20 + 4) = (5 \cdot 20) + (5 \cdot 4)$ | $5 \cdot (20 + 4) = 5 \cdot 20 + 5 \cdot 4$ |
| g) | $(17 \cdot 3) = (3 \cdot 17)$ | $17 \cdot 3 = 3 \cdot 17$ |
| h) | $3 + [16 + (5 - 9)] = 15$ | $3 + 16 + 5 - 9 = 15$ |
| i) | $(3 + 2) \cdot 4 \cdot (5 \cdot 2) = \dots$ | $(3 + 2) \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 = 200$ |
| j) | $15 - [(3 \cdot 2) + 9] = \dots$ | $15 - [3 \cdot 2 + 9] = 0$ |
| k) | $(12 - 4) - 2 = \dots$ | $12 - 4 - 2 = 6$ |
| l) | $48 : (12 : 4) = \dots$ | $48 : (12 : 4) = 16$ |
| m) | $(13 - 9) \cdot 12 = \dots$ | $(13 - 9) \cdot 12 = 48$ |
| n) | $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}) : 5 = \dots$ | $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} : 5 = 1$ |
| o) | $(2 + 5^2) = \dots$ | $2 + 5^2 = 27$ |
| p) | $2 \cdot 4 : (-5) = \dots$ | $2 \cdot 4 : (-5) = -1,6$ |

Pour chacune des questions, on a soit enlevé des parenthèses en utilisant une règle conventionnelle de priorité, soit des parenthèses superflues en utilisant une propriété des opérations :

NO 80 Parenthèses superflues

- Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication
- Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses
- Parenthèse superflue : Associativité de l'addition
- Parenthèse superflue : Associativité de l'addition
- Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication

- f) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la multiplication sur l'addition
 g) Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses
 h) Parenthèse superflue : Associativité de l'addition et propriété de la soustraction

NO 81 Encore des parenthèses superflues

- a) Parenthèse superflue : Associativité de la multiplication
 b) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la multiplication sur l'addition
 c) Règle conventionnelle de priorité : Règle de priorité de la lecture de gauche à droite en présence de « + » et « - » uniquement.
 d) Il n'est pas possible d'enlever ces parenthèses sans changer le résultat.
 e) Idem.
 f) Parenthèse superflue. On est ici dans \mathbb{R} , pas dans \mathbb{Q} ou \mathbb{Z} , à cause de $\sqrt{5}$. Bien que le calcul soit plus simple en suivant la parenthèse, on peut la déplacer, par propriété de la division. Elle est donc superflue.
 g) Parenthèse superflue : Il n'y a aucune opération à l'extérieur des parenthèses
 h) On n'a enlevé aucune parenthèse. D'ailleurs cette situation n'en requiert pas car on peut effectuer le calcul n'importe quel ordre par propriété de la division.

Exercice 4

- 1)
- a) $(+25) + (+85) + (-15) = 25 + 85 - 15 = 110 - 15 = 95$
- b) $(-54) + (-116) + (-84) = -54 - 116 - 84 = -170 - 84 = -254$
- c) $(-36) + (+72) + (+36) = -36 + 72 + 36 = 72$
- d) $(+88) + (-52) + (+30) + (+22) = 88 - 52 + 30 + 22 = 88 - 52 + 52 = 88$
- e) $(-5) + (+105) + (-72) + (-32) = -5 + 105 - 72 - 32 = 100 - 104 = -4$
- f) $(+15) + (-175) + (-25) + (-10) = 15 - 175 - 25 - 10 = 15 - 210 = -195$
- g) $(-16) + (-44) + (-15) + (+75) = -16 - 44 - 15 + 75 = -60 + 60 = 0$
- h) $(+84) + (-41) + (+10) + (-43) = 84 - 41 + 10 - 43 = 43 + 10 - 33 = 10$
- 2) Aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions car l'addition est associative.
- 3)
- a) $(-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = 12 \cdot (-5) = -60$
- b) $(+2) \cdot (-6) \cdot (-8) = 2 \cdot (-6) \cdot (-8) = 2 \cdot 48 = 96$

$$c) \quad (-4) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (+6) = -4 \cdot (-5) \cdot 2 \cdot 6 = 20 \cdot 12 = 240$$

$$d) \quad (-10) \cdot (+4) \cdot (+3) \cdot (-1) = -10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (-1) = -40 \cdot (-3) = 120$$

$$e) \quad (+6) \cdot 0 \cdot (-7) \cdot (-9) = 6 \cdot 0 \cdot (-7) \cdot (-9) = 0$$

$$f) \quad (+4) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (-11) = 4 \cdot 1 \cdot (-3) \cdot (-11) = -12 \cdot (-11) = 132$$

$$g) \quad (-5) \cdot (+4) \cdot (-5) \cdot (-1) = -5 \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-1) = -20 \cdot 5 = -100$$

$$h) \quad (-8) \cdot (+5) \cdot (-2) \cdot (+2) = -8 \cdot 5 \cdot (-2) \cdot 2 = -40 \cdot (-4) = 160$$

4)

$$a) \quad (-4) \cdot (+3) \cdot (-5) \cdot (+10) = -4 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 10 = -12 \cdot (-50) = 600$$

$$b) \quad (+2) \cdot (+6) \cdot (+5) \cdot (-5) \cdot (-4) = 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot (-5) \cdot (-4) = 60 \cdot 20 = 1200$$

$$c) \quad (+12) \cdot (-1) \cdot (+13) \cdot (-1) \cdot 0 = 12 \cdot (-1) \cdot 13 \cdot (-1) \cdot 0 = 0$$

$$d) \quad [(-8) \cdot (+3)] \cdot (+5) = -8 \cdot 3 \cdot 5 = -24 \cdot 5 = -120$$

5) Aucune parenthèse de priorité n'est nécessaire dans ces expressions de multiplication par la propriété d'associativité de la multiplication.

Exercice 5

$$a) \quad 3 + 56 + 18 + (-3) = (+3) + (+56) + (+18) + (-3)$$

$$b) \quad -6 - 67 : 8 + 34 \cdot 4 = \{(-6) - [(+67) : (+8)]\} + [(+34) \cdot (+4)]$$

$$c) \quad 18 : 18 : 18 : 18 = \{[(+18) : (+18)] : (+18)\} : (+18)$$

$$d) \quad -7 + 98 + 56 + (-34) = (-7) + (+98) + (+56) + (-34)$$

$$e) \quad -5 : 6 : 7 = [(-5) : (+6)] : (+7)$$

$$f) \quad 45 + 8 \cdot (-78) + 4 : (5 \cdot 3) = (+45) + [(+8) \cdot (-78)] + \{(+4) : [(+5) \cdot (+3)]\}$$

Exercice 6

$$\begin{aligned} a) \quad 23 - [-(-10) - 12 - (-12) + 13] + 7 &= 23 - (10 - 12 + 12 + 13) + 7 \\ &= 23 - 23 + 7 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } -215 + 84 - [67 - (-4) - (67 + 33)] + 2 &= -215 + 84 - (67 + 4 - 100) + 2 \\
 &= -215 + 84 - (-29) + 2 \\
 &= -215 + 84 + 29 + 2 \\
 &= -100
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } 10 - \{10 - [10 - (10 - 10)]\} &= 10 - [10 - (10 - 0)] \\
 &= 10 - (10 - 10) \\
 &= 10 - 0 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } | -\{ -[-(-7)] \} | &= | -[-(+7)] | \\
 &= | -(-7) | \\
 &= | +7 | \\
 &= (+7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } | -78 - [(+34) - (67 + 45) - 12] + 43 | - [45 - (-10)] & \\
 = | -78 - ((+34) - 112 - 12) + 43 | - (45 + 10) & \\
 = | -78 - (-90) + 43 | - 55 & \\
 = | -78 + 90 + 43 | - 55 & \\
 = | 55 | - 55 & \\
 = 55 - 55 & \\
 = 0 &
 \end{aligned}$$

Exercice 7

$$\begin{aligned}
 \text{a) } -1300 : \{ -700 : [560 : (-6400 : 80)] \} &= -1300 : \{ -700 : [560 : (-80)] \} \\
 &= -1300 : [-700 : (-7)] \\
 &= -1300 : 100 \\
 &= -13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \{ -2400 : | 36 : | -72 : | 144 : (-12) || | \} \cdot [48 : (-12)] : | (56 : 7) \cdot 2 | & \\
 = \{ -2400 : | 36 : | -72 : | -12 || | \} \cdot (-4) : | 8 \cdot 2 | & \\
 = \{ -2400 : | 36 : | -72 : 12 || | \} \cdot (-4) : | 16 | & \\
 = \{ -2400 : | 36 : | -6 || | \} \cdot (-4) : 16 & \\
 = \{ -2400 : | 36 : 6 | \} \cdot (-4) : 16 & \\
 = \{ -2400 : | 6 | \} \cdot (-4) : 16 & \\
 = (-2400 : 6) \cdot (-4) : 16 & \\
 = (-400) \cdot (-4) : 16 & \\
 = (400 \cdot 4) : 16 & \\
 = 1600 : 16 & \\
 = 100 &
 \end{aligned}$$

Exercice 8

$$\text{a) } (+34) - (-35) + (+36) - (+37) + (-38) = 34 + 35 + 36 - 37 - 38 = 30$$

$$\text{b) } (-5) - [(-8) \cdot (-9)] + [(+86) : (+24)] - (-7) = -5 - (-8) \cdot (-9) + 86 : 24 + 7 \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{c) } -4 \cdot (-67 - 8) + (89 : 67) : 35 + 8 + (4 + 5) = -4 \cdot (-67 - 8) + 89 : 67 : 35 + 8 + 4 + 5 \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{d) } \{[(-18 - 18) - 18] - 18\} = -18 - 18 - 18 - 18 = -72$$

$$\text{e) } -\{18 - [18 - (18 - 18)]\} = -[18 - (18 - 0)] = -(18 - 18) = 0$$

Exercice 9

$$\begin{aligned} \text{a) } 8 \cdot 7 - 2 \cdot 5 \cdot 6 - 6 \cdot 5 : 2 + 12 &= 56 - 10 \cdot 6 - 30 : 2 + 12 \\ &= 56 - 60 - 15 + 12 \\ &= -4 - 15 + 12 \\ &= -19 + 12 \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } -\{[24 : (3 \cdot 2)] - 4 \cdot 4\} - [7 \cdot (-8) - 48 : 6 : 2] &= -[-(24 : 6) - 16] - (-56 - 8 : 2) \\ &= -(-4 - 16) - (-56 - 4) \\ &= -(-20) - (-60) \\ &= 20 + 60 \\ &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -5 - \{560 : [9 \cdot (-5) - 5 \cdot 7]\} \cdot \{-[4 - (4 \cdot 6)] - [350 : (7 \cdot 10)] \cdot 3\} - 30 \\ &= -5 - [560 : (-45 - 35)] \cdot [- (4 - 24) - (350 : 70) \cdot 3] - 30 \\ &= -5 - [560 : (-80)] \cdot [-(-20) - 5 \cdot 3] - 30 \\ &= -5 - (-7) \cdot (20 - 15) - 30 \\ &= -5 - (-7) \cdot 5 - 30 \\ &= -5 - (-35) - 30 \\ &= -5 + 35 - 30 \\ &= 30 - 30 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Exercice 10

$$\text{(a) } 5 \cdot 4 - 8 - 12 \cdot (-7) : 3 + 8 = 20 - 8 - (-28) + 8 = 48$$

$$\text{(b) } (8 - 8 \cdot 7) : (45 : 9 - 11) = (8 - 56) : (5 - 11) = (-48) : (-6) = 8$$

$$\begin{aligned} \text{(c) } (+14) - \{(-6) + (+56) : [(-6) - (-14)]\} &= (+14) - [-6 + 56 : 8] \\ &= 14 - (-6 + 7) \\ &= 14 - 1 \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$(d) \quad -8 - 3 + 75 \cdot 2 : (-3) - (-61) = -8 - 3 + (-50) + 61 = 0$$

$$(e) \quad -27 : \{42 : [-56 : (-36 : 9)]\} = -27 : \{42 : [-56 : (-4)]\} \\ = -27 : (42 : 14) \\ = -27 : 3 \\ = -9$$

$$(f) \quad -8 - \{-8 - [-8 - (-8 - 8) - 8] - 8\} = -8 - \{-8 - [-8 - (-16) - 8] - 8\} \\ = -8 - (-8 - 8) \\ = -8 - (-16) \\ = 8$$

$$(g) \quad - | -7 - | -7 - 7 | -7 | = - | -7 - | -14 | -7 | \\ = - | -7 - 14 - 7 | \\ = - | -28 | \\ = -(+28) \\ = -28$$

Exercice 11

$$a) \quad (+25) + (-23) + (+75) + (+10) + (-77) = 25 - 23 + 75 + 10 - 77 \\ = 2 - 2 + 10 \\ = 10$$

$$b) \quad (-34) - (+16) + (-50) + (+48) - (-13) = -34 - 16 - 50 + 48 + 13 \\ = -50 - 50 + 48 + 13 \\ = -100 + 61 \\ = -39$$

$$c) \quad (+12) \cdot (+7) \cdot (-2) \cdot (+1) = 12 \cdot 7 \cdot (-2) \cdot 1 \\ = 12 \cdot (-14) \\ = -168$$

$$d) \quad (-495) : (+89) \cdot 0 = -495 : 89 \cdot 0 \\ = 0$$

$$e) \quad (-480) : (-6) : (+8) : (+2) : (-5) = 480 : 6 : 8 : 2 : (-5) \\ = 80 : 8 : 2 : (-5) \\ = 10 : 2 : (-5) \\ = 5 : (-5) \\ = -1$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad -(+5) \cdot (+8) : (+20) &= -5 \cdot 8 : 20 \\ &= -40 : 20 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g)} \quad (-4) - (+5) \cdot (-12) + (+56) + (-77) : (-11) &= -4 - (-60) + 56 + 7 \\ &= -4 + 60 + 56 + 7 \\ &= 112 + 7 \\ &= 119 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad [(+9) - (+15)] \cdot [(-78) - (+59)] &= -6 \cdot (-137) \\ &= 822 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad (-2) \cdot [-(-4) - (-16)] : [(+125) : (+25)] &= -2 \cdot 20 : 5 \\ &= -2 \cdot 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{j)} \quad -\{(-42) : (+7) - (-9) - [(+8) - (-4) \cdot (-6)]\} + (-19) &= -[-6 + 9 - (8 - 24)] + (-19) \\ &= -(3 + 16) + (-19) \\ &= -19 + (-19) \\ &= -38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} \quad -5 - 6 - (-5) + (-6) &= -5 - 6 + 5 - 6 \\ &= -6 - 6 \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\text{l)} \quad 3 - 8 \cdot (-8) - 7 \cdot 9 : 3 = 3 + 64 - 21 = 46$$

$$\text{m)} \quad |-9 - 1| \cdot (-1) = |-10| \cdot (-1) = (+10) \cdot (-1) = -10$$

$$\begin{aligned} \text{n)} \quad -|-7-|-7-7|-7| &= -|-7-|-14|-7| \\ &= -|-7-(+14)-7| \\ &= -|-7-14-7| \\ &= -|-28| \\ &= -(+28) \\ &= -28 \end{aligned}$$

$$\text{o)} \quad -\{-[-(-1)]\} = -[-(+1)] = -(-1) = 1$$

Exercice 12 (Optionnel)

Un casse-tête pour s'amuser. Ils ont tous deux 61 ans. En effet les informations sont identiques pour les deux amis. Que l'on soustraie 1 ou ajoute $n - 1$, les propriétés de divisibilité par n sont les mêmes. Les équations les plus simples à résoudre sont celles qui concernent le deuxième ami. On sait que son âge x auquel on soustrait 1 est divisible par 2, 3, 4 et 5. Il est donc divisible par le ppmc de ces nombres, c'est-à-dire 60. Ces amis de longue date ne peuvent avoir ni un an, ni 121 ans. Ils ont donc 61 ans !