

# Cours Euler: Série 2

27 août 2025

## Exercice 1

Relis attentivement la définition de l'opposé d'un nombre entier relatif et calcule ensuite l'opposé de  $(-3)$ ,  $(+7)$ ,  $0$  et  $[(-11) \cdot (-12)] : (-4)$ . Calcule enfin  $-(-(-(-5)))$ .

## Exercice 2

**La valeur absolue.** Calcule :

- |             |                 |                 |
|-------------|-----------------|-----------------|
| 1) $ (-3) $ | 4) $ -(-3) $    | 7) $  (+3)  $   |
| 2) $ (+3) $ | 5) $- (-3) $    | 8) $ -  (+3)  $ |
| 3) $ 0 $    | 6) $- - (-3)  $ |                 |

Détermine ensuite en fonction du signe de  $a$  si l'expression  $|-a| = a$  est vraie ou fausse.

## Exercice 3

**Inégalité triangulaire.** Soient  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Démontre que  $|a+b| \leq |a| + |b|$  en considérant les différents signes possibles pour  $a$  et  $b$ .

## Exercice 4

Pour les paires de nombres entiers suivantes, calcule d'abord la somme des paires, puis la différence (le premier moins le deuxième). Ecris à chaque fois une étape intermédiaire en mettant en évidence le signe du résultat et, entre parenthèse, l'opération dans  $\mathbb{N}$  à effectuer (voir la définition de l'addition et de la soustraction de la théorie). Par exemple, pour la paire  $(+2), (+5)$ , on a

$$(+2) + (+5) = +(2 + 5) = (+7), \quad (+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -(5 - 2) = (-3)$$

- |                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(-137), (-58)$    | 4) $(+57), (-26)$     | 7) $(-1054), (+2184)$ |
| 2) $(-402), (-593)$   | 5) $(+137), (-306)$   | 8) $(-6217), (+314)$  |
| 3) $(-3708), (-6237)$ | 6) $(+1372), (-2507)$ | 9) $(-237), (+516)$   |

## Exercice 5

Démontre, *en utilisant la définition de l'opposé*, que pour tous nombres relatifs  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,

$$-(-a - b) = a + b.$$

Donne un exemple avec  $a$  négatif et  $b$  positif.

## Exercice 6

---

### 39. Plus c'est haut, plus c'est beau !

Tu possèdes suffisamment de renseignements pour déterminer l'altitude du fond du lac Léman :

- le sommet du Salève est 1003 m plus haut que le niveau du lac Léman et 1882 m plus bas que la Haute Cime des Dents du Midi ;
- le Mont Pèlerin culmine à 1080 m ;
- la différence d'altitude entre la Haute Cime et le fond du lac Léman est de 3195 m ;
- la Dôle domine le Salève de 302 m ;
- le niveau du lac Léman est 708 m plus bas que le sommet du Mont Pèlerin.

---

### 40. Un froid de canard !

Lundi, il a plu.

Mardi, il a fait moins chaud que vendredi, mais plus chaud que jeudi.

Mercredi, le thermomètre est descendu largement en dessous du zéro.

Jeudi, il a fait plus froid que mardi.

Vendredi, la température a été inférieure à celle de dimanche.

Samedi, il a fait un degré de plus que mardi.

Dimanche, l'eau de l'arrosoir, que j'avais oublié au fond du jardin, a gelé.

Quelle température a-t-il bien pu faire chaque jour de cette semaine ?



**Exercice 7**

Démontre que 0 est absorbant dans  $\mathbb{Z}$  (c'est-à-dire que pour tout  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $a \cdot 0 = 0$ ).

*Astuce.* Utiliser le fait que  $0 = 0 + 0$ .

*Facultatif :* à la place de cet exercice, démontre que dans n'importe quel anneau commutatif, l'élément neutre de l'« addition » est absorbant.

Démontre ensuite le point (3) de la proposition de ce cours sur la division :  $(+m) : (-n) = [-(m : n)]$  pour toute paire de nombres entiers naturels  $m$  et  $n$  qui vérifie  $n \mid m$ .

**Exercice 8**

Sur la donnée.

NO156 Des lettres et des opérations						
a) Complète.						
a	b	c	$a + b$	$(a + b) + c$	$b + c$	$a + (b + c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				
b) Complète.						
a	b	c	$a - b$	$(a - b) - c$	$b - c$	$a - (b - c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				
c) Complète.						
a	b	c	$a \cdot b$	$(a \cdot b) \cdot c$	$b \cdot c$	$a \cdot (b \cdot c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				
d) Complète.						
a	b	c	$a : b$	$(a : b) : c$	$b : c$	$a : (b : c)$
-100	10	5				
100	20	-5				
18	-6	-3				
-16	-8	-2				

**Exercice 9**

Fais l'exercice suivant en indiquant l'étape intermédiaire comme dans la théorie. Par exemple,

$$(-3) \cdot (+4) = [-(3 \cdot 4)] = (-12).$$

- |                         |                         |                          |                         |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1) $(-5) \cdot (+15) =$ | 3) $(+17) \cdot (+5) =$ | 5) $6 \cdot (+16) =$     | 7) $(+9) \cdot (-13) =$ |
| 2) $(-14) \cdot (+3) =$ | 4) $(-18) \cdot (-5) =$ | 6) $(-12) \cdot (-12) =$ | 8) $(-11) \cdot 12 =$   |

**Exercice 10**

Fais l'exercice suivant, en notant une étape intermédiaire :

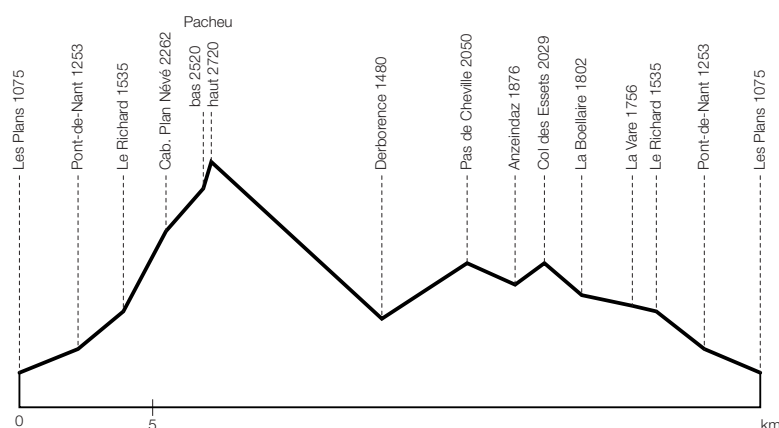
$$(+18) : (-3) = [-(18 : 3)] = (-6).$$

- 1)  $-975 : (-15) =$       3)  $756 : (-12) =$       5)  $-2461 : 23 =$       7)  $8099 : 91 =$   
 2)  $-441 : 21 =$       4)  $1326 : 13 =$       6)  $-2277 : (-11) =$       8)  $4312 : (-14) =$

Et pour terminer un exercice facultatif pour ceux qui ont encore envie de résoudre un problème.

**Exercice 11 (Optionnel)****53. Le trophée du Muveran**

Michaël, Léna, Lotti et P.-A. s'entraînent pour le trophée du Muveran.



- a) Lorsque P.-A. entame son parcours aux Plans-sur-Bex, il découvre avec stupeur que son altimètre est faussé. Celui-ci indique une altitude de  $-1259$  m !

Pourrais-tu lui faciliter la tâche en complétant ce tableau :

	altitude lue (m)	altitude réelle (m)	lieu-dit
1			Pont-de-Nant
2	386		
3		2262	
4	-578		
5	-854		

- b) Michaël s'engage dans un parcours à contre-sens, et passe par le lieu-dit La Vare, bien avant de franchir le col du Pacheu, alors que Lotti suit le trajet «habituel».

Si tous les deux partent à 8 h du matin, à quelle heure auront-ils bouclé leur parcours respectif, en comptant une moyenne de 300 m/h à la montée et de 450 m/h à la descente ?

- c) Léna se fait poser en hélicoptère à l'endroit où ils se croiseront.

Quel est l'emplacement approximatif de ce lieu ?