

Cours Euler: Série 2

le 30 août 2023

Exercice 1

Relis attentivement la définition de l'opposé d'un nombre entier relatif et calcule ensuite l'opposé de (-3) , $(+7)$, 0 et $[(-11) \cdot (-12)] : (-4)$. Calcule enfin $-(-(-(-5)))$.

Exercice 2

La valeur absolue. Calcule :

- | | | |
|---------------|---------------------|-----------------------|
| 1. $ (-3) $, | 4. $ - (-3) $, | 7. $ (+3) $, |
| 2. $ (+3) $, | 5. $- (-3) $, | 8. $ - (+3) $. |
| 3. $ 0 $, | 6. $- - (-3) $, | |

Détermine ensuite en fonction du signe de a si l'expression $| - a | = a$ est vraie ou fausse.

Exercice 3

Inégalité triangulaire. Soient $a, b \in \mathbb{Z}$. Démontre que $|a + b| \leq |a| + |b|$ en considérant les différents signes possibles pour a et b .

Exercice 4

Pour les paires de nombres entiers suivantes, calcule d'abord la somme des paires, puis la différence (le premier moins le deuxième). Ecris à chaque fois une étape intermédiaire en mettant en évidence le signe du résultat et, entre parenthèse, l'opération dans \mathbb{N} à effectuer (voir la définition de l'addition et de la soustraction de la théorie). Par exemple, pour la paire $(+2), (+5)$, on a

$$(+2) + (+5) = +(2 + 5) = (+7), \quad (+2) - (+5) = (+2) + (-5) = -(5 - 2) = (-3)$$

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $(-137), (-58)$ | 4. $(+57), (-26)$ | 7. $(-1054), (+2184)$ |
| 2. $(-402), (-593)$ | 5. $(+137), (-306)$ | 8. $(-6217), (+314)$ |
| 3. $(-3708), (-6237)$ | 6. $(+1372), (-2507)$ | 9. $(-237), (+516)$ |

Exercice 5

Démontre, *en utilisant la définition de l'opposé*, que pour tous nombres relatifs $a, b \in \mathbb{Z}$,

$$-(-a - b) = a + b.$$

Donne un exemple avec a négatif et b positif.

Exercice 6

39. Plus c'est haut, plus c'est beau !

Tu possèdes suffisamment de renseignements pour déterminer l'altitude du fond du lac Léman :

- le sommet du Salève est 1003 m plus haut que le niveau du lac Léman et 1882 m plus bas que la Haute Cime des Dents du Midi ;
- le Mont Pèlerin culmine à 1080 m ;
- la différence d'altitude entre la Haute Cime et le fond du lac Léman est de 3195 m ;
- la Dôle domine le Salève de 302 m ;
- le niveau du lac Léman est 708 m plus bas que le sommet du Mont Pèlerin.

40. Un froid de canard !

Lundi, il a plu.

Mardi, il a fait moins chaud que vendredi, mais plus chaud que jeudi.

Mercredi, le thermomètre est descendu largement en dessous du zéro.

Jeudi, il a fait plus froid que mardi.

Vendredi, la température a été inférieure à celle de dimanche.

Samedi, il a fait un degré de plus que mardi.

Dimanche, l'eau de l'arrosoir, que j'avais oublié au fond du jardin, a gelé.

Quelle température a-t-il bien pu faire chaque jour de cette semaine ?



Exercice 7

Démontre que 0 est absorbant dans \mathbb{Z} (c'est-à-dire que pour tout $a \in \mathbb{Z}$, $a \cdot 0 = 0$).

(Astuce : utiliser le fait que $0 = 0 + 0$)

Facultatif : à la place de cet exercice, démontre que dans n'importe quel anneau commutatif, l'élément neutre de l'« addition » est absorbant.

Démontre ensuite le point (3) de la proposition de ce cours sur la division : $(+m) : (-n) = [-(m : n)]$ pour toute paire de nombres entiers naturels m et n qui vérifie $n \mid m$.

Exercice 8

Sur la donnée.

NO156 Des lettres et des opérations

a) Complète.

| a | b | c | a + b | (a + b) + c | b + c | a + (b + c) |
|------|----|----|-------|-------------|-------|-------------|
| -100 | 10 | 5 | | | | |
| 100 | 20 | -5 | | | | |
| 18 | -6 | -3 | | | | |
| -16 | -8 | -2 | | | | |

b) Complète.

| a | b | c | a - b | (a - b) - c | b - c | a - (b - c) |
|------|----|----|-------|-------------|-------|-------------|
| -100 | 10 | 5 | | | | |
| 100 | 20 | -5 | | | | |
| 18 | -6 | -3 | | | | |
| -16 | -8 | -2 | | | | |

c) Complète.

| a | b | c | a · b | (a · b) · c | b · c | a · (b · c) |
|------|----|----|-------|-------------|-------|-------------|
| -100 | 10 | 5 | | | | |
| 100 | 20 | -5 | | | | |
| 18 | -6 | -3 | | | | |
| -16 | -8 | -2 | | | | |

d) Complète.

| a | b | c | a : b | (a : b) : c | b : c | a : (b : c) |
|------|----|----|-------|-------------|-------|-------------|
| -100 | 10 | 5 | | | | |
| 100 | 20 | -5 | | | | |
| 18 | -6 | -3 | | | | |
| -16 | -8 | -2 | | | | |

Exercice 9

Fais l'exercice suivant en indiquant l'étape intermédiaire comme dans la théorie. Par exemple,

$$(-3) \cdot (+4) = [-(3 \cdot 4)] = (-12).$$

476. Effectue:

- a) $(-5) \cdot (+15) =$
- b) $(-14) \cdot (+3) =$
- c) $(+17) \cdot (+5) =$
- d) $(-18) \cdot (-5) =$

- e) $6 \cdot (+16) =$
- f) $(-12) \cdot (-12) =$
- g) $(+9) \cdot (-13) =$
- h) $(-11) \cdot 12 =$

Exercice 10

Fais l'exercice suivant, en notant une étape intermédiaire :

$$(+18) : (-3) = [-(18 : 3)] = (-6).$$

481. Effectue :

a) $-975 : (-15) =$

b) $-441 : 21 =$

c) $756 : (-12) =$

d) $1326 : 13 =$

e) $-2461 : 23 =$

f) $-2277 : (-11) =$

g) $8099 : 91 =$

h) $4312 : (-14) =$

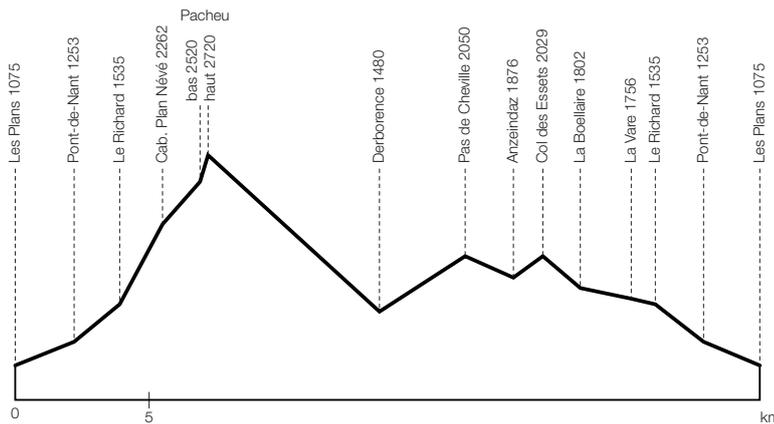
Et pour terminer un exercice facultatif pour ceux qui ont encore envie de résoudre un problème.

Exercice 11



53. Le trophée du Muveran

Michaël, Léna, Lotti et P.-A. s'entraînent pour le trophée du Muveran.



a) Lorsque P.-A. entame son parcours aux Plans-sur-Bex, il découvre avec stupeur que son altimètre est faussé. Celui-ci indique une altitude de -1259 m !

Pourrais-tu lui faciliter la tâche en complétant ce tableau :

| | altitude lue (m) | altitude réelle (m) | lieu-dit |
|---|------------------|---------------------|--------------|
| 1 | | | Pont-de-Nant |
| 2 | 386 | | |
| 3 | | 2262 | |
| 4 | -578 | | |
| 5 | -854 | | |

b) Michaël s'engage dans un parcours à contre-sens, et passe par le lieu-dit La Vare, bien avant de franchir le col du Pacheu, alors que Lotti suit le trajet « habituel ».

Si tous les deux partent à 8 h du matin, à quelle heure auront-ils bouclé leur parcours respectif, en comptant une moyenne de 300 m/h à la montée et de 450 m/h à la descente ?

c) Léna se fait poser en hélicoptère à l'endroit où ils se croiseront.

Quel est l'emplacement approximatif de ce lieu ?