

Série semaine 1

1 Que font ces algorithmes ?

On considère les deux algorithmes suivants :

algorithme 1
entrée : liste L de nombres entiers, de taille n
sortie : variable binaire r (oui/non)
$r \leftarrow$ oui
Pour i allant de 2 à n
Si $L(i-1) > L(i)$
$r \leftarrow$ non
Sortir : r

algorithme 2
entrée : liste L de nombres entiers, de taille n
sortie : nombre entier positif d
Si $n = 1$
Sortir : 0
$d \leftarrow L(2) - L(1) $
Pour i allant de 3 à n
Si $ L(i) - L(i-1) > d$
$d \leftarrow L(i) - L(i-1) $
Sortir : d

- a) Quel est la sortie de chacun de ces algorithmes si les données en entrée valent $L = (7, 14, 22, 13, 17)$ et $n = 5$?
b) De manière générale, quelle est la sortie de chacun de ces algorithmes ?

2 Quel est le bon algorithme ?

Lequel des quatre algorithmes suivants permet de calculer la somme des n premiers nombres pairs ? (exemple : si $n = 4$, alors s doit valoir $2 + 4 + 6 + 8 = 20$) Expliquez pourquoi les autres ne fonctionnent pas !

algorithme 1
entrée : nombre entier positif n
sortie : nombre entier positifs
$s \leftarrow 0$
Pour i allant de 1 à n
Si i est pair
$s \leftarrow s + i$
Sortir : s

algorithme 2
entrée : nombre entier positif n
sortie : nombre entier positifs
$s \leftarrow 0$
Pour i allant de 1 à n
$s \leftarrow s + 2i$
Sortir : s

algorithme 3
entrée : nombre entier positif n
sortie : nombre entier positifs
$s \leftarrow 0$
Pour i allant de 1 à $2n$
$s \leftarrow s + i$
Sortir : s

algorithme 4
entrée : nombre entier positif n
sortie : nombre entier positifs
Pour i allant de 1 à n
$s \leftarrow s + i$
Sortir : $2s$

3 Réparez-moi ces algorithmes !

Un enseignant du cours ICC a demandé à Jeanne et à Jean d'écrire un algorithme qui calcule la somme des n premiers nombres entiers faisant partie de la liste des multiples de 5 ou de celle des multiples de 7 (ou non-exclusif). Voici ce que Jeanne et Jean ont écrit :

algorithme de Jeanne
entrée : <i>nombre entier positif</i> n
sortie : <i>nombre entier positifs</i>
$s \leftarrow 0$
$j \leftarrow 1$
Pour i allant de 1 à n
Tant que j n'est ni un multiple de 5 ni un multiple de 7
$j \leftarrow j + 1$
$s \leftarrow s + j$
Sortir : s

algorithme de Jean
entrée : <i>nombre entier positif</i> n
sortie : <i>nombre entier positifs</i>
$s \leftarrow 0$
$i \leftarrow 1$
$j \leftarrow 1$
Tant que $i \leq n$
$j \leftarrow j + 1$
Si j est un multiple de 5
$s \leftarrow s + j$
$i \leftarrow i + 1$
Si j est un multiple de 7
$s \leftarrow s + j$
$i \leftarrow i + 1$
Sortir : s

Malheureusement, chacun des algorithmes ci-dessus a un problème (différent). Dans chacun des cas, voyez-vous lequel ? Et pouvez-vous aider Jeanne et Jean à réparer leurs algorithmes respectifs ?

Note : Pour identifier concrètement si un nombre j est un multiple de a , on vérifie si $j \bmod a = 0$, où $j \bmod a$ désigne le reste de la division euclidienne de j par a .

4 Ecrivez un algorithme

Soit L une liste de nombres entiers, de taille n , et x un nombre entier positif.

a) Ecrivez un algorithme dont la sortie soit oui s'il existe $i, j \in \{1, \dots, n\}$ tels que $|L(i) - L(j)| > x$, et non dans le cas contraire.

Note : Il existe plusieurs façons d'écrire un tel algorithme !

b) Estimez maintenant l'efficacité de votre algorithme : combien d'opérations seront effectuées par celui-ci (approximativement) si la taille de la liste L vaut $n = 1'000$?

5 Palindrome

On considère l'algorithme suivant :

algorithme
entrée : liste L de caractères, de taille n
sortie : booléen s
$s \leftarrow \text{Vrai}$
Pour i allant de 1 à $\lfloor n/2 \rfloor$
Si $L(i) \neq L(n - i + 1)$
$s \leftarrow \text{Faux}$
Sortir : s

Pour quelle liste de lettres en entrée la sortie de l'algorithme ci-dessus est-elle Vrai ?

- MALAYALA
- CHACHA
- HAHHAH
- ALABAMA

6 Somme spéciale

On considère l'algorithme suivant :

somme spéciale
entrée : nombre entier n
sortie : nombre entier total
$total \leftarrow 0$
Pour i allant de 0 à $n - 1$ par pas de 2
$total \leftarrow total + i$
Sortir : $total$

Quelle est la sortie de l'algorithme pour $n = 10$?

- 8
- 10
- 20
- 30