

## Information, Calcul et Communication

### CS-119(k) ICC – Théorie Semaine 9

Rafael Pires  
[rafael.pires@epfl.ch](mailto:rafael.pires@epfl.ch)

# Planning

## Cours et séries, partie programmation

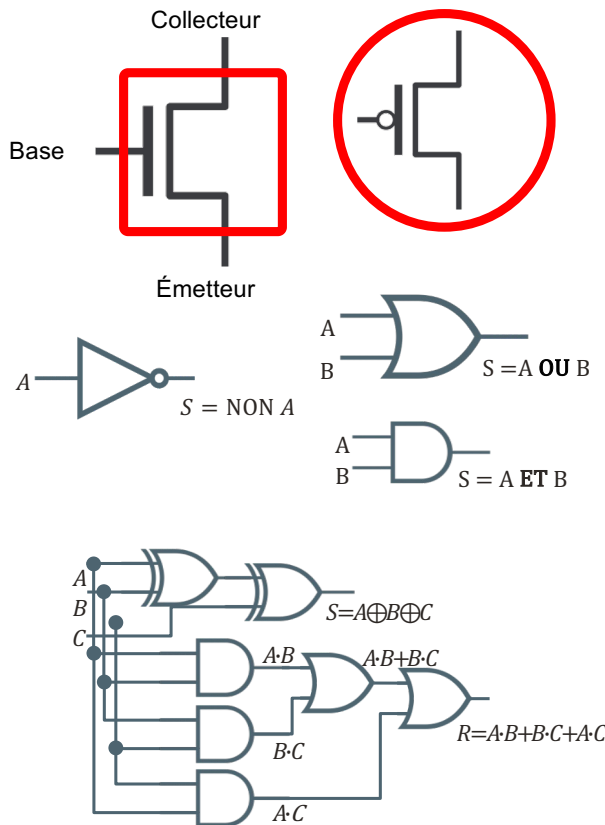
P	1	2	3	4	5	6	7		8	9	10	11	12	13	
T	1	2	3	4	5	6			8	9	10	11	12	13	14

## Cours et séries, partie théorique



01.05 **Changement de salle** : [ELA1](#)

# Précédemment, dans ICC-T 08



- **Le transistor** : brique élémentaire, agit comme un interrupteur pour représenter 0 et 1
- **Portes logiques** : associations de transistors pour effectuer des opérations binaires (ET, OU, NON...)
- **Circuits logiques** : combinaisons de portes logiques qui réalisent des fonctions plus complexes.

# Précédemment, dans ICC-T 06



- Suite du cours et représentation de l'information
- Représentation binaire des nombres entiers
  - Nombres positifs, négatifs (**complément à deux**)
  - Opérations (addition, soustraction, multiplication, division)
  - **Dépassement** de capacité
- Représentation binaire des nombres réels
  - Virgule fixe : erreur relative **inévitable**
  - Virgule **flottante** : signe, exposant, mantisse



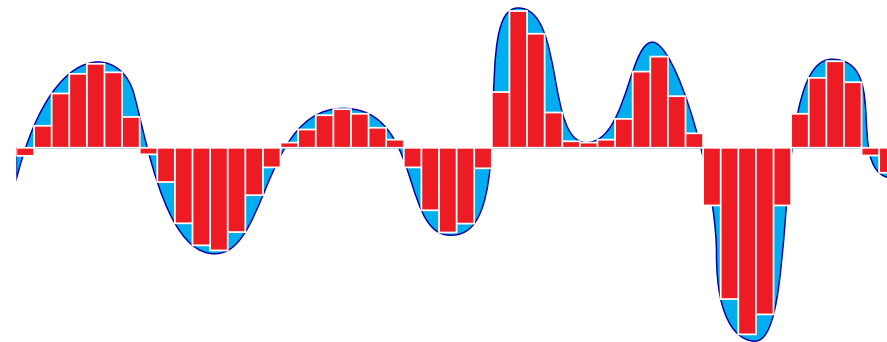
## ICC-T 06 : Suite du cours



- Avec des amis, vous préparez une vidéo amusante.



- Le son et l'image sont enregistrés au format vidéo :
  - un **signal analogique** est converti en sa **représentation numérique** à l'aide d'un **algorithme** sophistiqué.



# Aujourd'hui

- **Signaux, fréquences et bande passante**
- **Filtrage de signaux**
- **Échantillonnage de signaux**

# Introduction

- Lors du cours sur la représentation binaire, nous avons vu comment représenter des nombres avec des suites de 0 et de 1.
- Aujourd'hui, nous allons voir comment représenter des objets plus complexes, comme des *signaux physiques* (sons ou images), avec ces mêmes suites de 0 et de 1.
- Et tout aussi important (voire plus!), nous verrons la semaine prochaine comment *restituer* un signal physique à partir d'une suite de 0 et de 1.

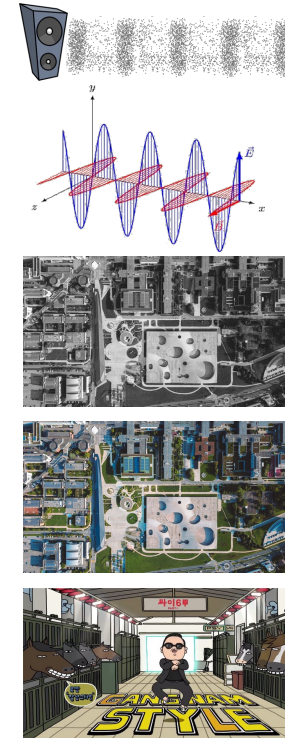
# Introduction



# Qu'est-ce qu'un signal ? C'est une fonction !

## Exemples:

1. Une onde sonore ( $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ )
  - $t = \text{temps}$ ,  $X(t) = \text{pression}$
2. Une onde électromagnétique ( $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ )
3. Une photo noir-blanc ( $X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ )
  - $(u, v) = \text{coordonnées}$ ,  $X(u, v) = \text{niveau de gris}$
4. Une photo couleur ( $X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ )
  - $(u, v) \rightarrow (X_{\text{rouge}}(u, v), X_{\text{vert}}(u, v), X_{\text{bleu}}(u, v))$
5. Une vidéo ( $X : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ )

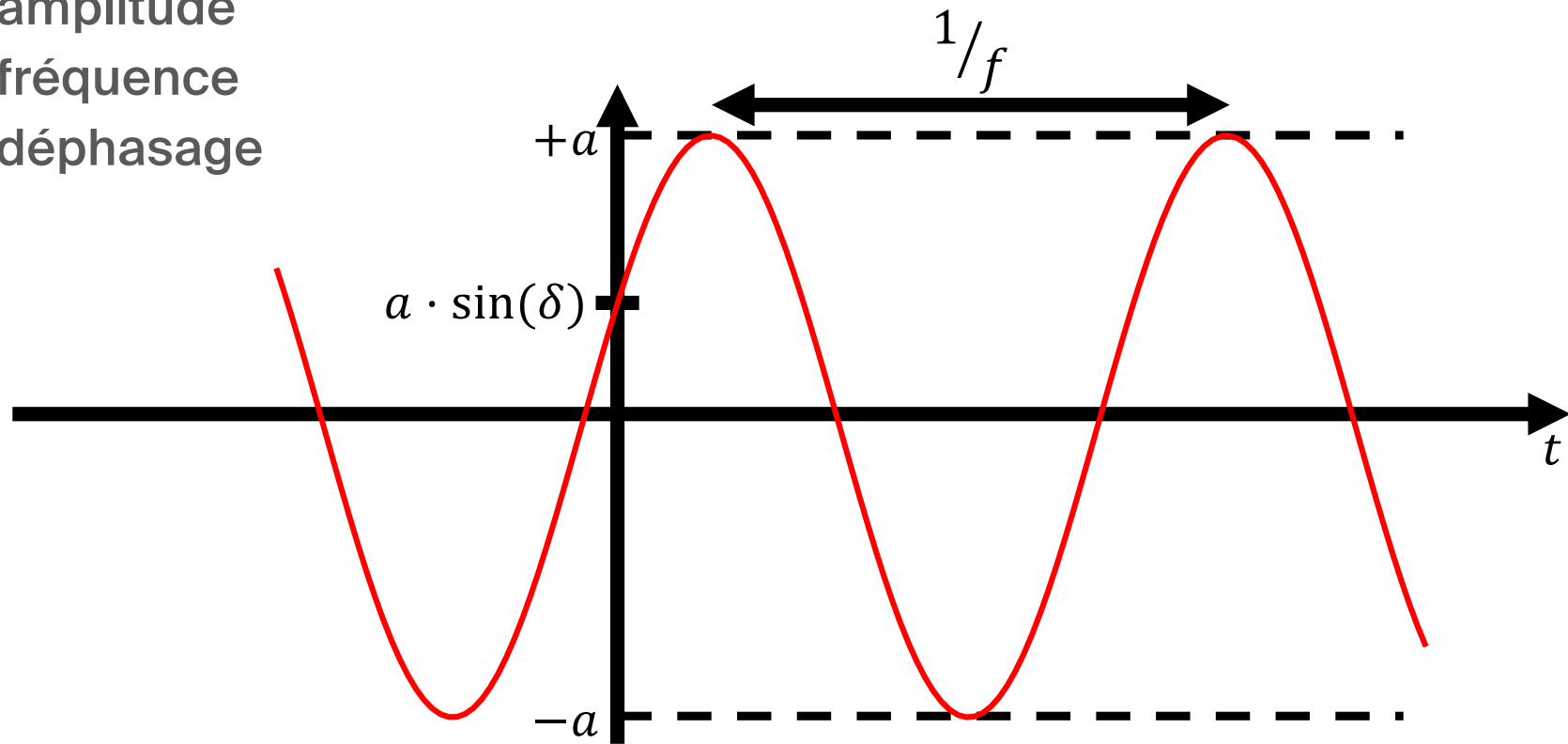


Nous considérerons exclusivement des signaux unidimensionnels ( $X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ), par souci de clarté et de simplification.

# Sinusoïde pure

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi f t + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- $a$  = amplitude
- $f$  = fréquence
- $\delta$  = déphasage

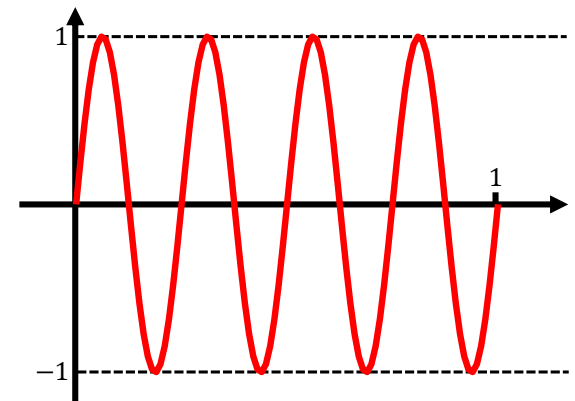
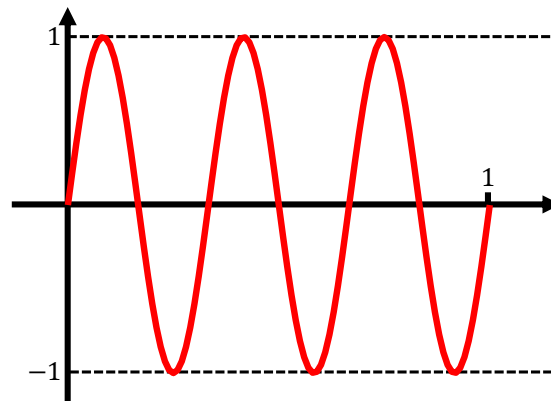
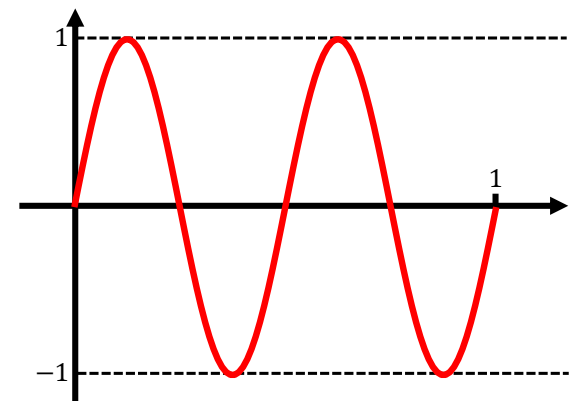
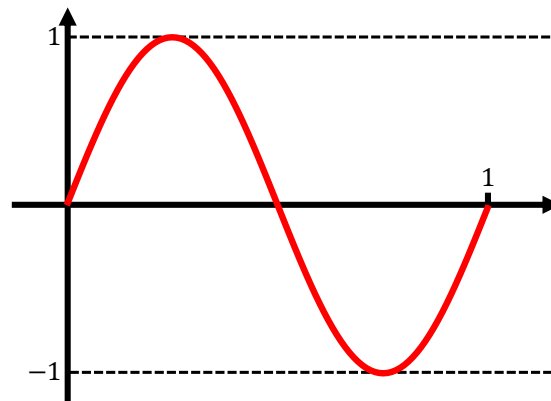


# Sinusoïde pure : fréquence

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi f t + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- $a$  = amplitude = 1
- $f$  = fréquence
- $\delta$  = déphasage = 0

- $f = 1 : X(t) = \sin(2\pi t)$
- $f = 2 : X(t) = \sin(4\pi t)$
- $f = 3 : X(t) = \sin(6\pi t)$
- $f = 4 : X(t) = \sin(8\pi t)$

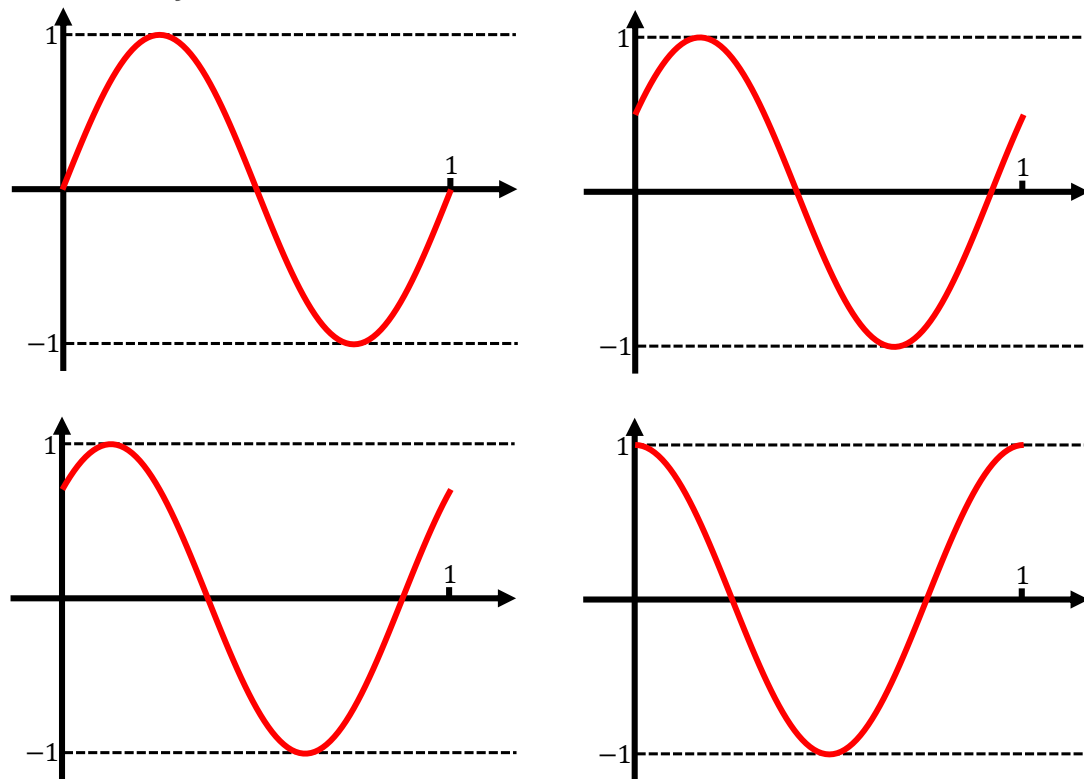


# Sinusoïde pure : déphasage

$$X(t) = a \cdot \sin(2\pi ft + \delta) \quad t \in \mathbb{R}$$

- $a$  = amplitude = 1
- $f$  = fréquence = 1
- $\delta$  = déphasage

- $\delta = 0 : X(t) = \sin(2\pi t)$
- $\delta = \frac{\pi}{6} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$
- $\delta = \frac{\pi}{4} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$
- $\delta = \frac{\pi}{2} : X(t) = \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(2\pi t)$



# Somme de sinusoides

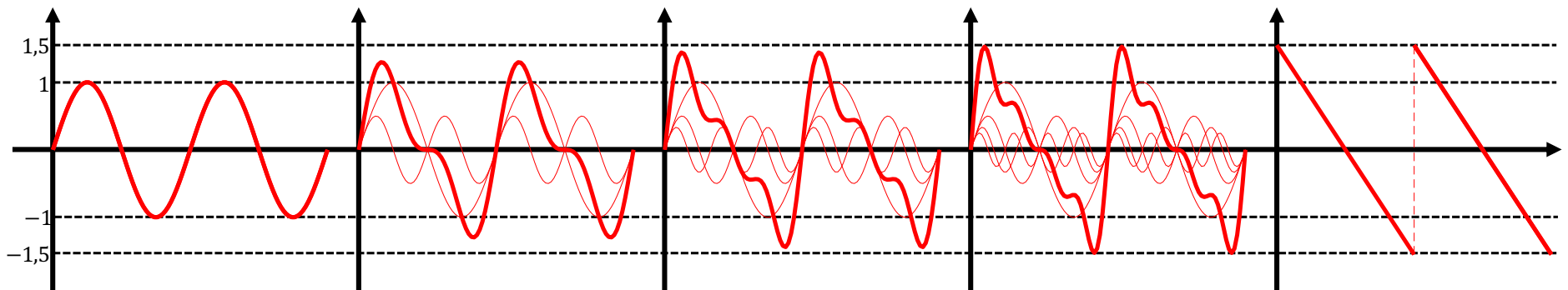
$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n) \quad t \in \mathbb{R}$$

- $a_j$  = amplitudes
- $f_j$  = fréquences
- $\delta_j$  = déphasages

# Somme de sinusoides

**Exemple :**  $a_j = \frac{1}{j}$ ,  $f_j = 2j$ ,  $\delta_j = 0$ ,  $j = 1 \dots n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

- $n = 1 : X(t) = \sin(4\pi t)$
- $n = 2 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$
- $n = 3 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t)$
- $n = 4 : X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$
- $n = \infty$



# Théorie de Fourier

- Affirmation : (à prendre avec des pincettes...)

« Tout signal est une somme de sinusoides ! »

- Par la suite, nous ne considérerons que des signaux qui sont des sommes **finies** de sinusoides.



**Joseph Fourier**

Mathématicien et physicien

1768 - 1830

# Fréquences : unité de mesure

- Un signal dont la fréquence est de  $f$  Hz se répète toutes les  $T = 1/f$  sec.
- La fréquence  $f$  contenue dans la sinusoïde  $X(t) = a \cdot \sin(2\pi ft + \delta)$  s'exprime en  
hertz = Hz =  $\frac{1}{s}$ .
- Unité de mesure attribuée en l'honneur de H. R. Hertz, à qui on doit:
  - la vérification expérimentale que la lumière est une onde électromagnétique
  - le premier système de transmission et réception d'ondes radio.



**Heinrich Rudolf Hertz**  
Ingénieur et physicien  
1857-1894

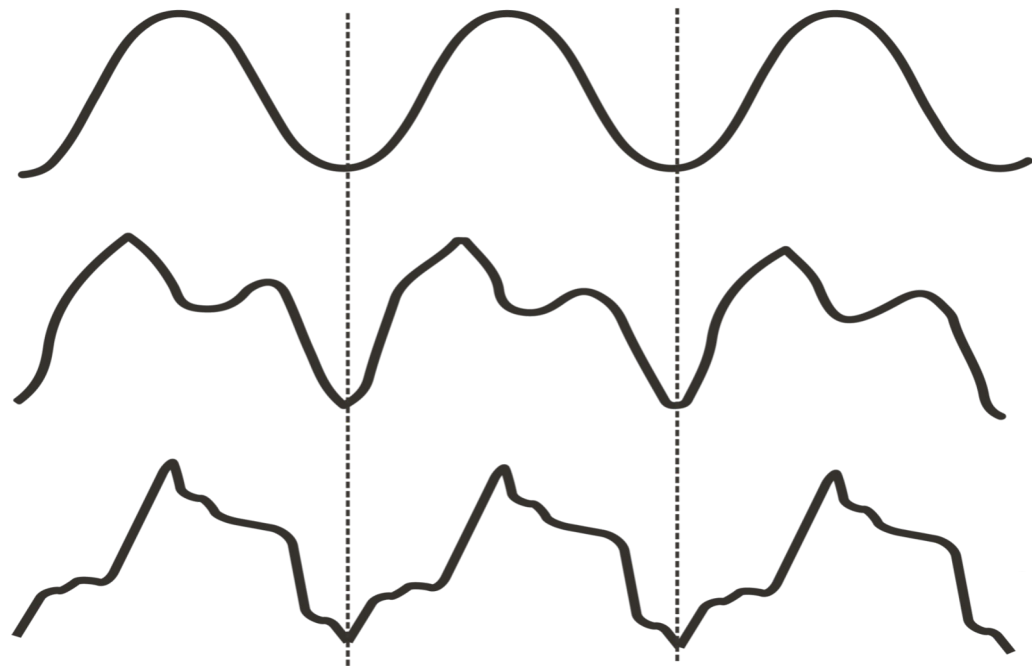
# Tous les « La à 440 Hz » ne sont pas les mêmes !

- **Exemple musical:** La note « La » à 440 Hz est un signal (onde sonore) qui se répète toutes les  $\frac{1}{440} = 2.2727 \dots$  millisecondes.

- diapason électronique

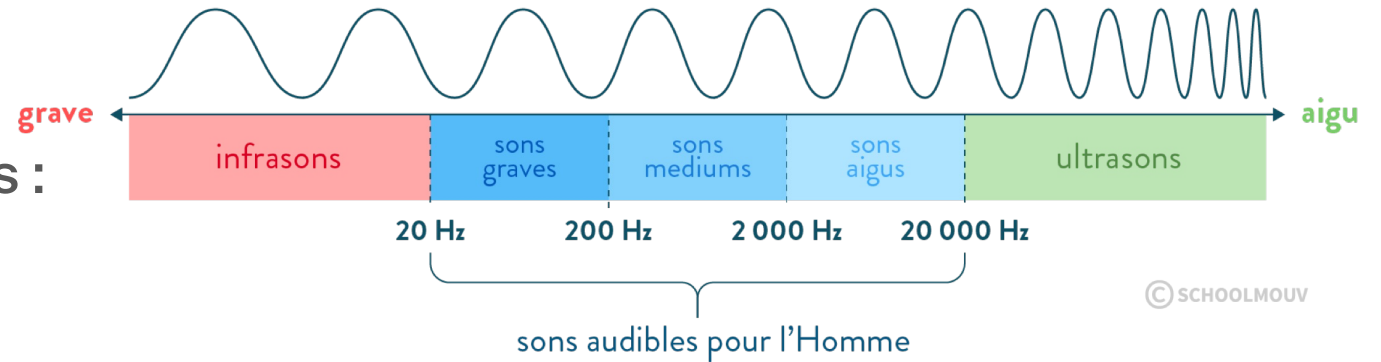
- violon

- clarinette

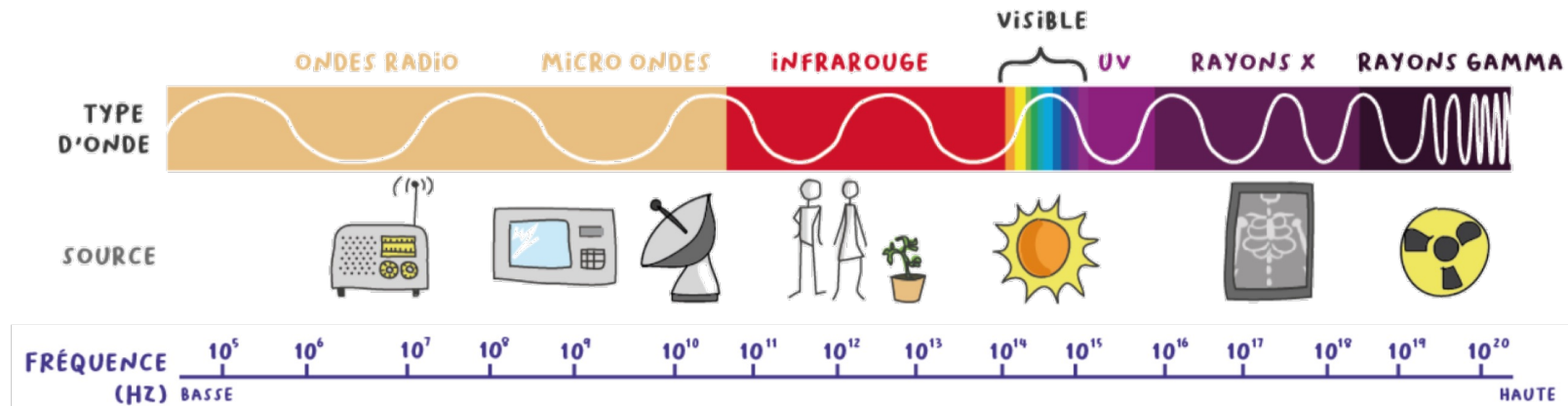


# Fréquences : quelques ordres de grandeur

- Ondes sonores :



- Ondes électromagnétiques :



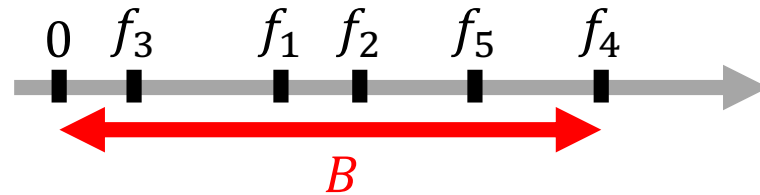
# Bande passante

- Revenons à notre somme de sinusoides :

$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n)$$

- On définit comme suit la bande passante de ce signal :

$$B = f_{max} = \max\{f_1, \dots, f_n\}$$



- La bande passante joue un rôle primordial en traitement du signal.

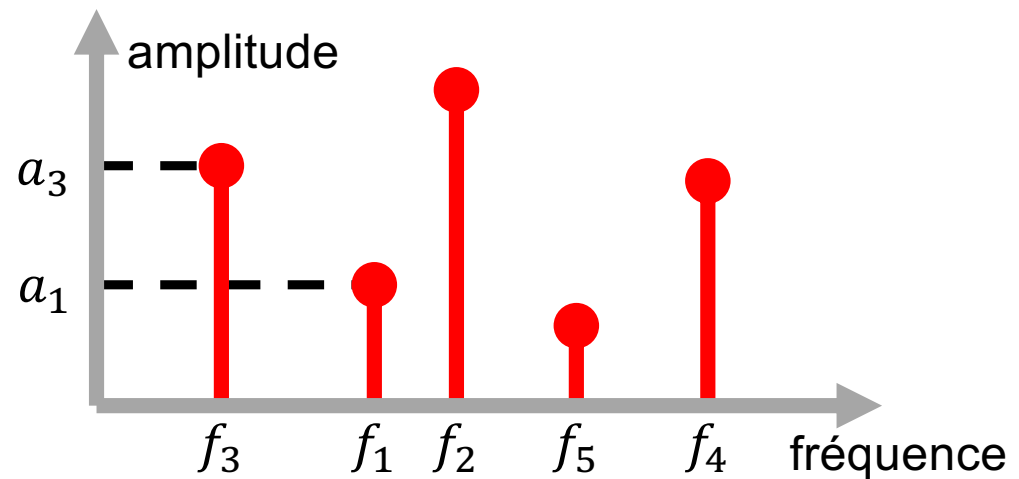
# Représentation spectrale du signal (Fourier)

- Toujours avec notre somme de sinusoides :

$$X(t) = a_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t + \delta_1) + \dots + a_n \cdot \sin(2\pi f_n t + \delta_n)$$

- axe horizontal = fréquences présentes
- axe vertical = amplitudes correspondantes

- Le spectre du signal :



# Aujourd'hui

- Signaux, fréquences et bande passante
- **Filtrage de signaux**
- Échantillonnage de signaux



# Filtrage d'un signal

- De manière générale, lorsqu'un signal ( $X(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ) passe par un **filtre**, il en ressort une version déformée ( $\hat{X}(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ ):



=====  
Pourquoi donc vouloir filtrer un signal ?

Par exemple, atténuer le bruit !  
=====

- Dans ce cours, nous allons voir deux exemples de filtres **passé-bas** :
  - Le filtre **passé-bas idéal**
  - Le filtre à **moyenne mobile**

# Filtre passe-bas idéal

Un filtre passe-bas idéal est un filtre qui **supprime** les composantes de fréquences supérieures à une fréquence de coupure  $f_c$ .

**Exemple :**

- Considérons le signal (contenant les fréquences  $f = 1, 4$  et  $32 \text{ Hz}$ ):

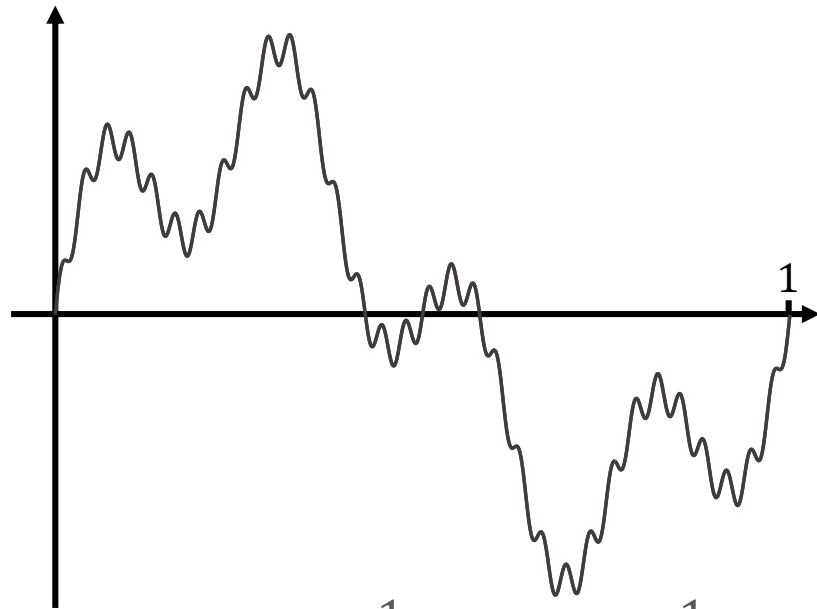
$$X(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{10}\sin(64\pi t)$$

- Après passage au travers d'un **filtre passe-bas avec fréquence de coupure  $f_c = 30 \text{ Hz}$** , la composante à  $32 \text{ Hz}$  disparaît, et le signal devient :

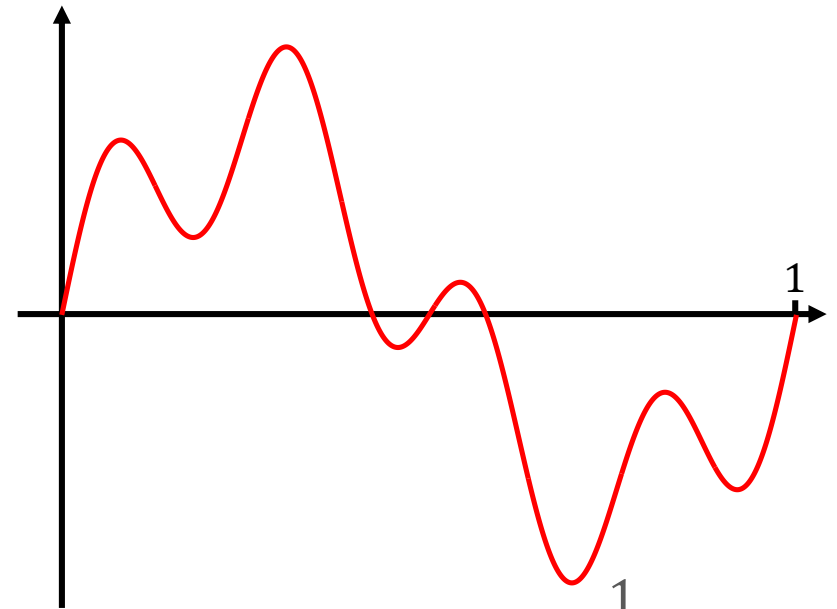
$$\hat{X}(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$$

# Filtre passe-bas idéal

Exemple :



$$X(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{10}\sin(64\pi t)$$



$$\rightarrow \hat{X}(t) = \sin(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$$

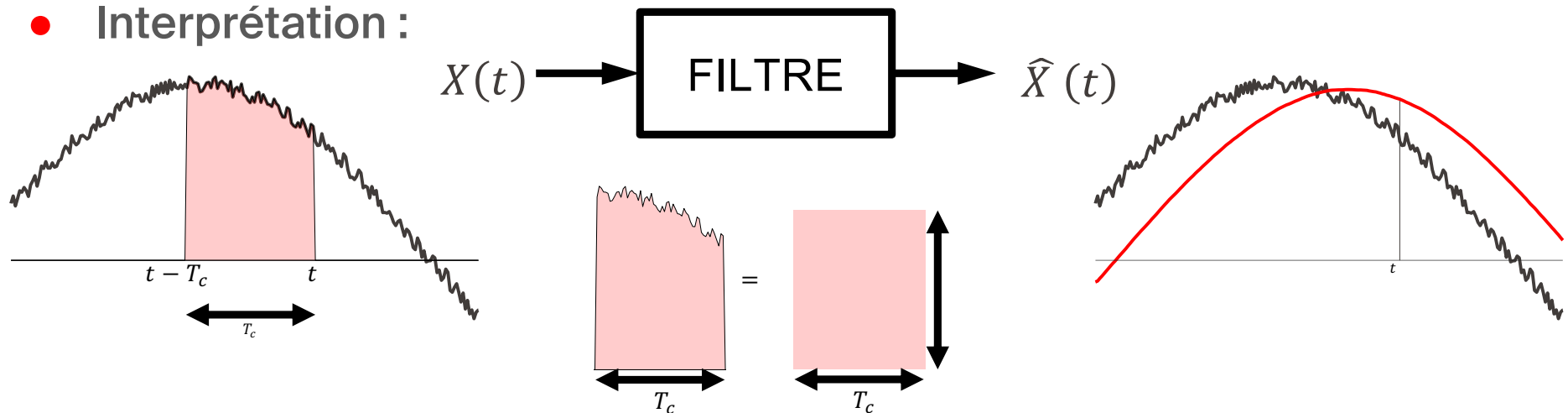
# Filtre à moyenne mobile

Le signal  $\hat{X}(t)$  sortant à l'instant  $t$  d'un filtre à moyenne mobile est donné par :

$$\hat{X}(t) = \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t X(s) \cdot ds$$

où  $T_c$  est la période sur laquelle on moyenne le signal.

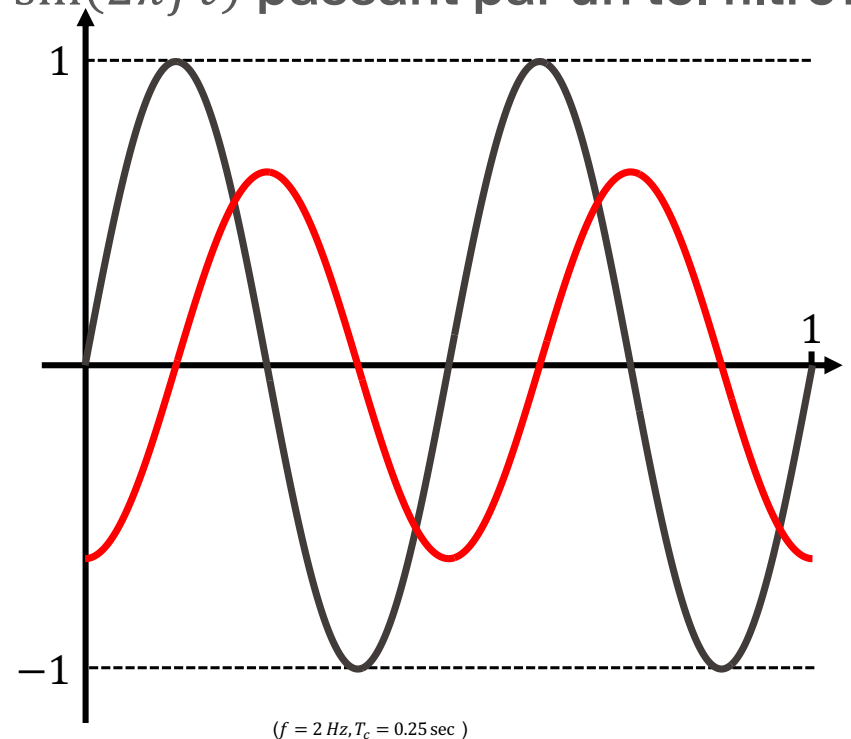
- Interprétation :



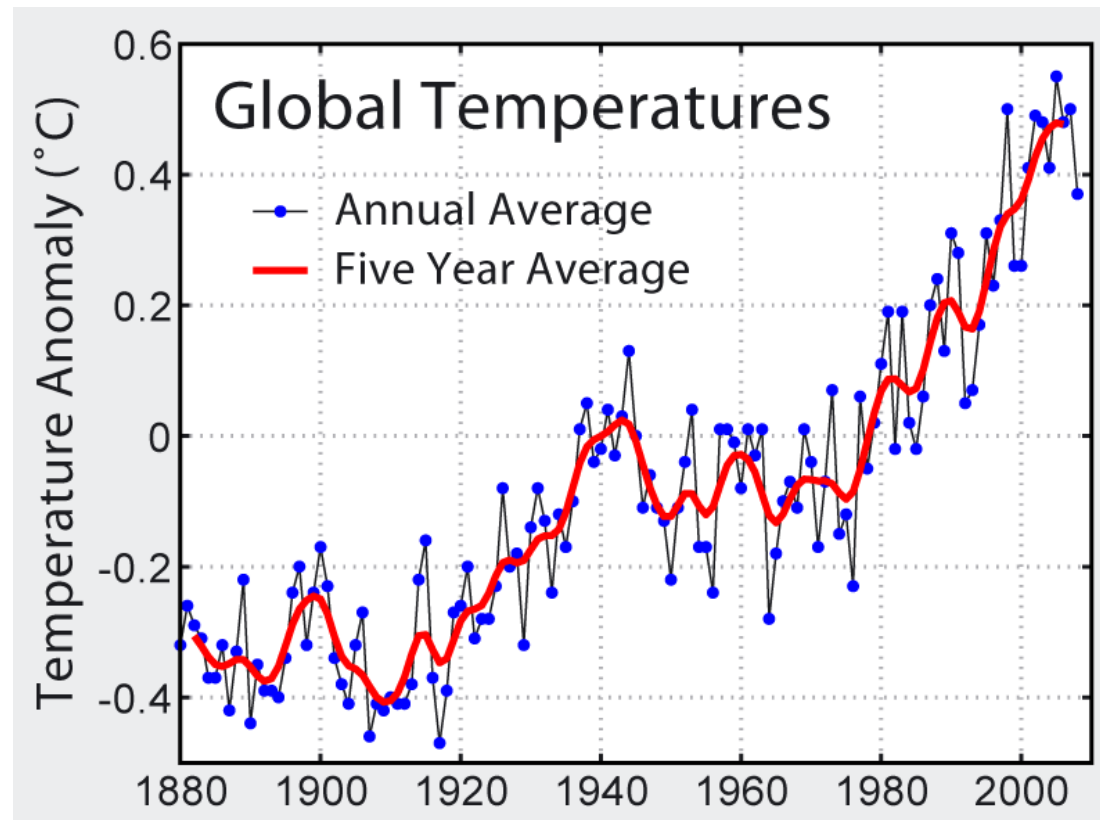
# Filtre à moyenne mobile

**Exemple :** Que devient le signal  $X(t) = \sin(2\pi ft)$  passant par un tel filtre?

$$\begin{aligned}\hat{X}(t) &= \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t X(s) \cdot ds \\ &= \frac{1}{T_c} \cdot \int_{t-T_c}^t \sin(2\pi fs) \cdot ds \\ &= \frac{\cos(2\pi f(t - T_c)) - \cos(2\pi ft)}{2\pi f \cdot T_c} \\ &= \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \cdot \sin(2\pi ft - \pi f T_c)\end{aligned}$$

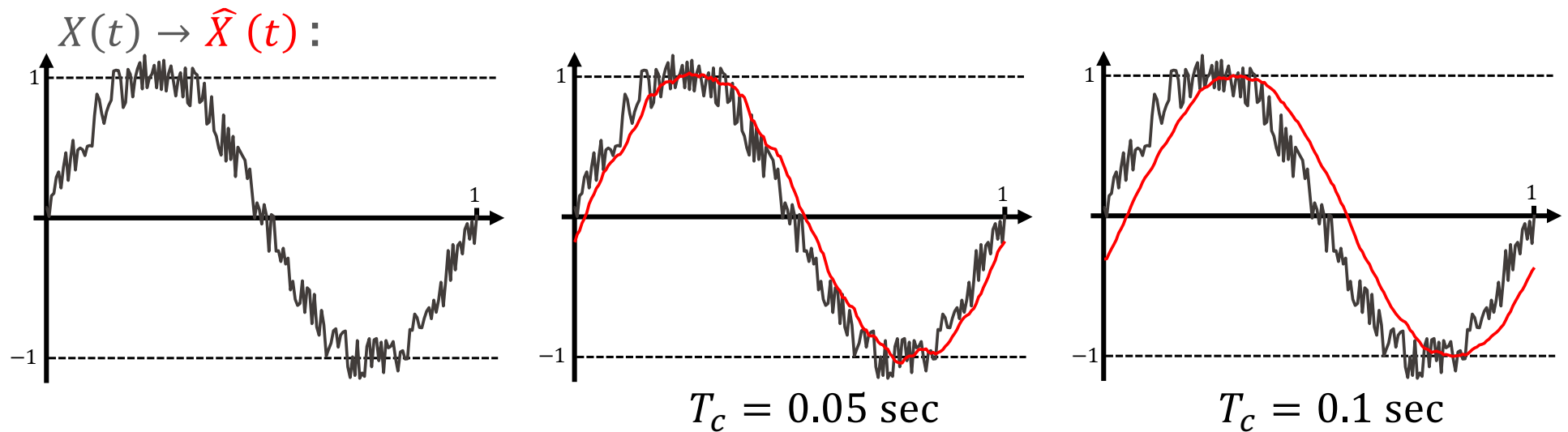


# Filtre à moyenne mobile discret



Source: Global Warming Art

# Effet de la période $T_c$



Plus  $T_c$  augmente :

- plus le signal sortant est lisse,
- mais plus le délai est grand également.

## Effet de la période $T_c$

- Revenons à la sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi ft)$  :

$$\hat{X}(t) = \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \cdot \sin(2\pi ft - \pi f T_c)$$

- De cette expression, on déduit que :

$$\max_{t \in \mathbb{R}} |\hat{X}(t)| = \left| \frac{\sin(\pi f T_c)}{\pi f T_c} \right| \leq \frac{1}{\pi f T_c}$$

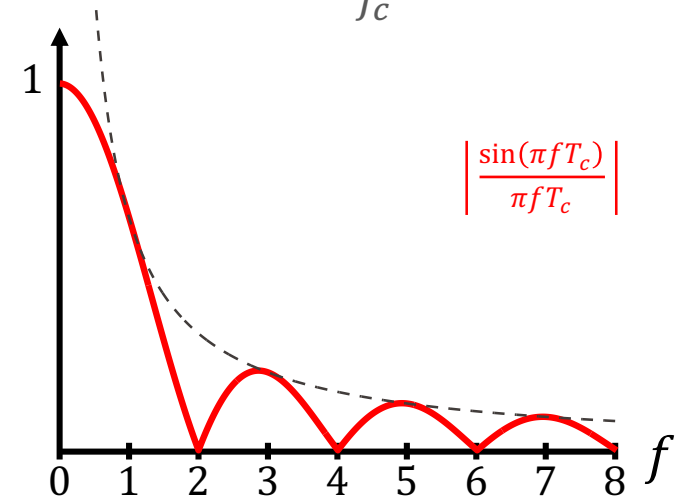
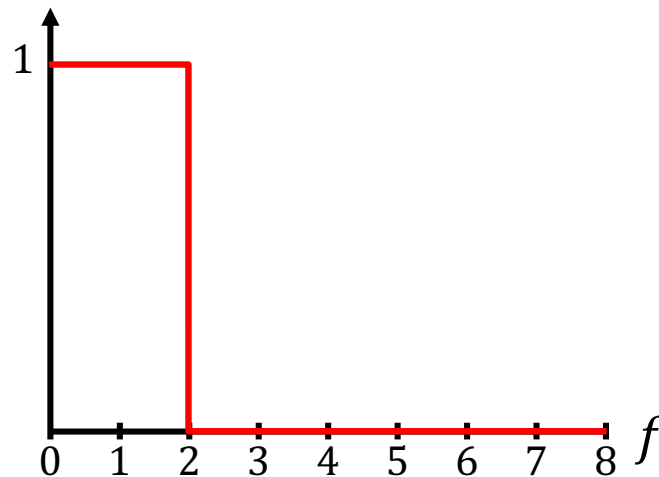
- On voit que si  $fT_c$  est grand, alors le signal  $\hat{X}(t)$  est de faible amplitude.

Après le passage à travers un filtre à moyenne mobile, les hautes fréquences d'un signal sont donc fortement atténuées.

# Comparaison de ces deux filtres passe-bas

Atténuation des fréquences dans la **représentation spectrale** :

- un filtre passe-bas idéal avec fréquence de coupure  $f_c = 2 \text{ Hz}$
- un filtre à moyenne mobile de période  $T_c = \frac{1}{f_c} = 0.5 \text{ sec}$ .



Sur ce dernier graphe apparaît en traitillé la borne supérieure  $\frac{1}{\pi f T_c}$  qu'on vient de calculer

# Filtrage : conclusion

- Un filtre passe-bas sert donc à supprimer ou atténuer les hautes fréquences dans un signal.
- Par la suite, nous verrons une autre application importante des filtres passe-bas.

# Aujourd'hui

- Signaux, fréquences et bande passante
- Filtrage de signaux
- **Échantillonnage de signaux**

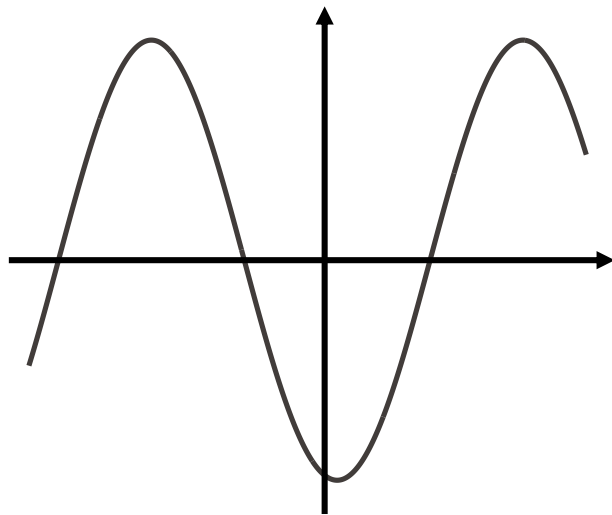


# Échantillonnage d'un signal

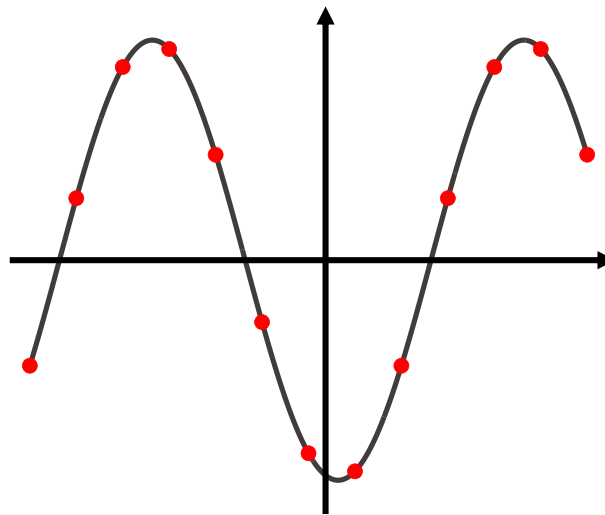
- Comment représenter un signal physique de nature analogique (par exemple, une onde sonore ou électromagnétique) sous forme numérique, c'est-à-dire sous la forme d'une suite de 0 et de 1 ?
- Pour pouvoir **traiter l'information** contenue dans un signal  $(X(t), t \in \mathbb{R})$ , il faut :
  1. **échantillonner** le signal à des instants discrets
  2. **quantifier** les valeurs du signal à ces instants
- **Question naturelle** : Que perd-on du signal d'origine à travers ces deux opérations successives?

# Échantillonnage d'un signal

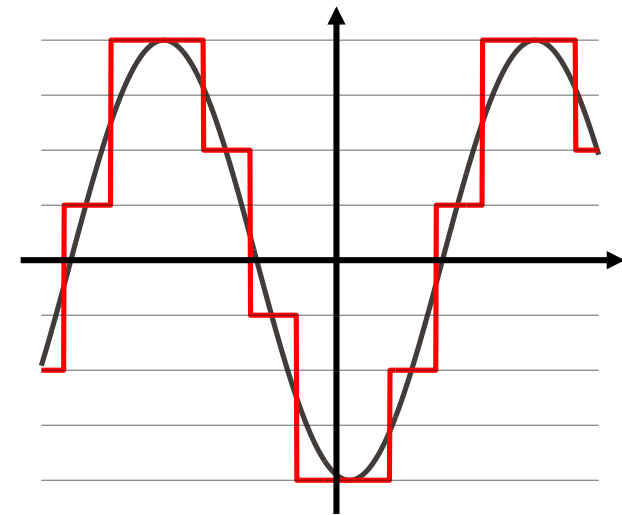
● signal d'origine



● signal échantillonné

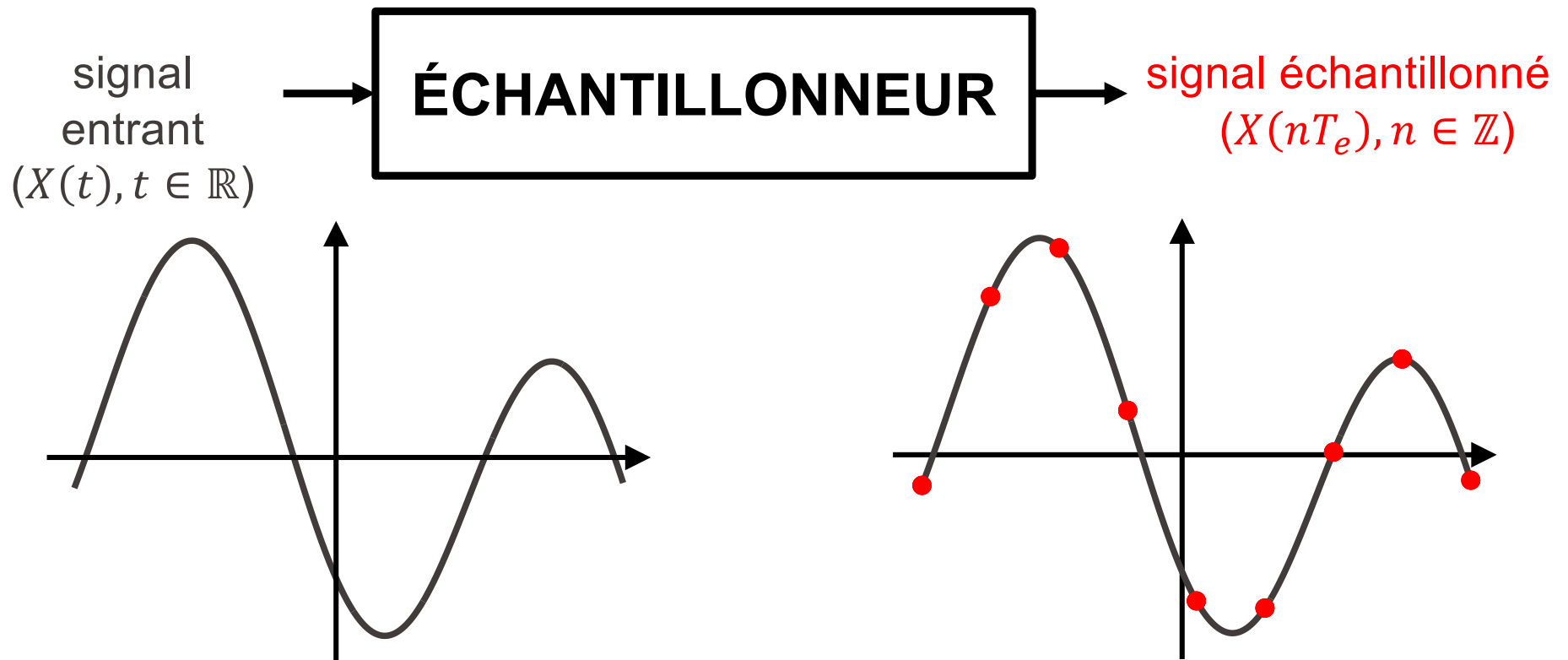


● signal échantillonné et quantifié



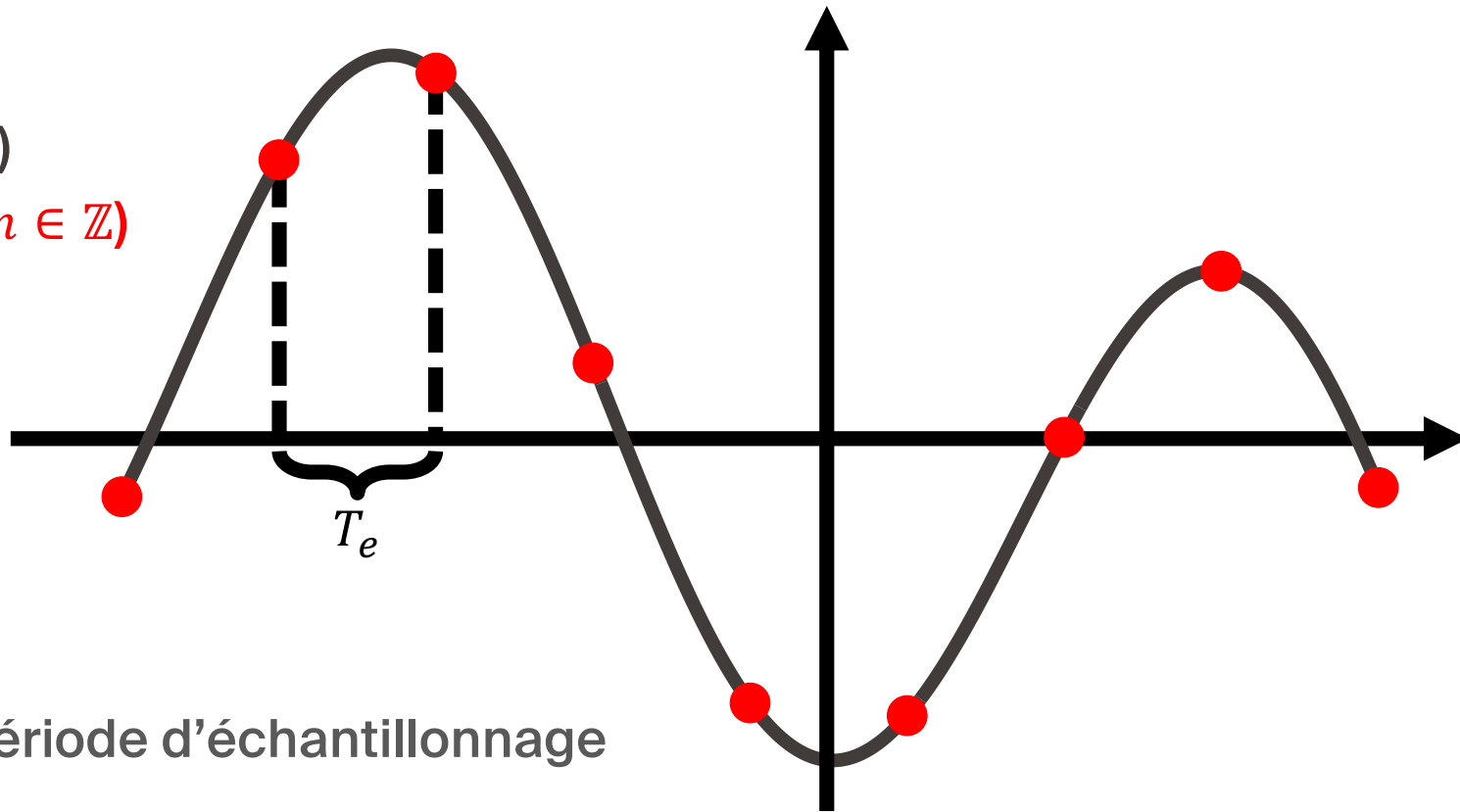
# Échantillonnage d'un signal

- Nous nous concentrerons ici sur la partie « échantillonnage » :



# Période et fréquence d'échantillonnage

$(X(t), t \in \mathbb{R})$   
 $\rightarrow (X(nT_e), n \in \mathbb{Z})$

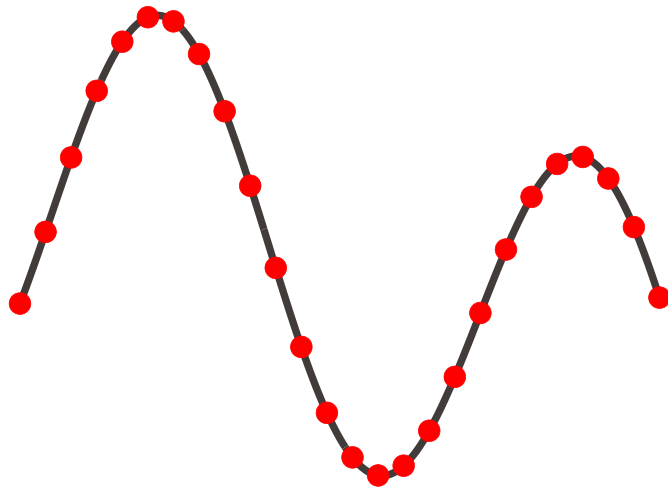


- $T_e =$  période d'échantillonnage
- $f_e = \frac{1}{T_e} =$  fréquence d'échantillonnage

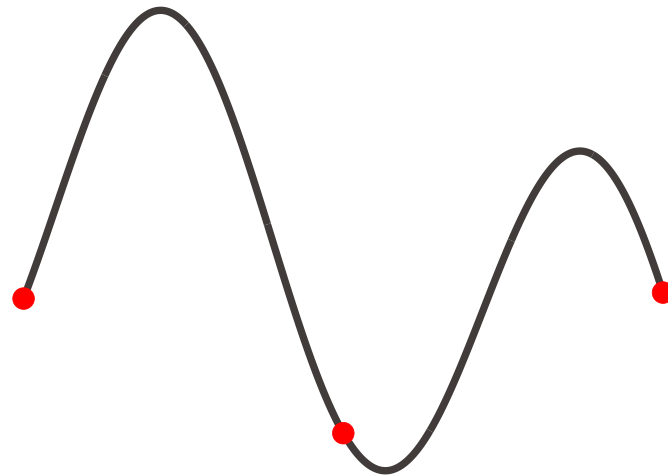
# Période d'échantillonnage $T_e$

==== Quelle période d'échantillonnage  $T_e$  est la «bonne» ? ====

- $T_e$  trop petite:  
trop d'information à traiter...



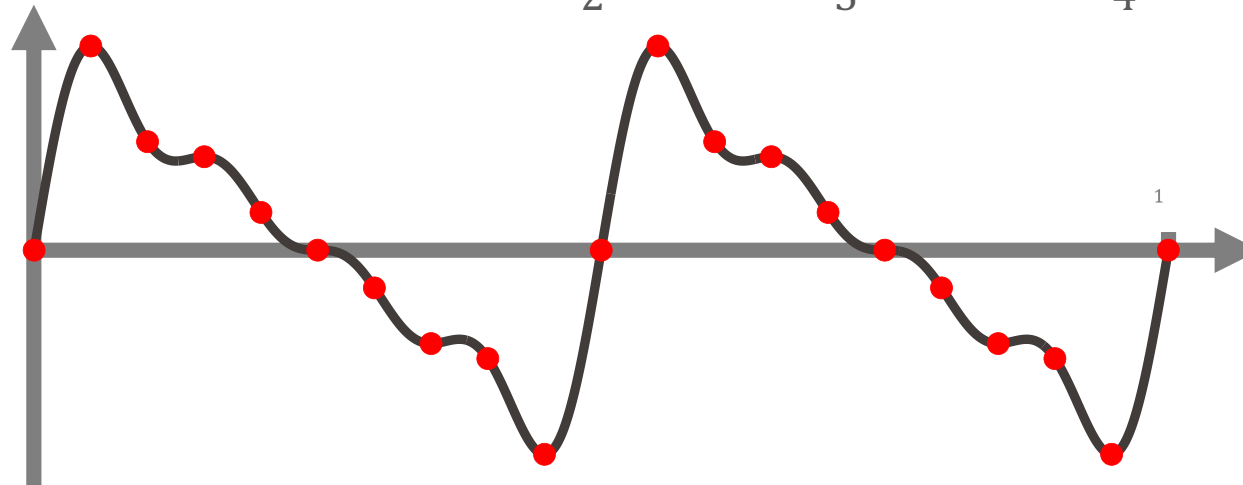
- $T_e$  trop grande :  
de l'information est perdue...



# $T_e$ ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

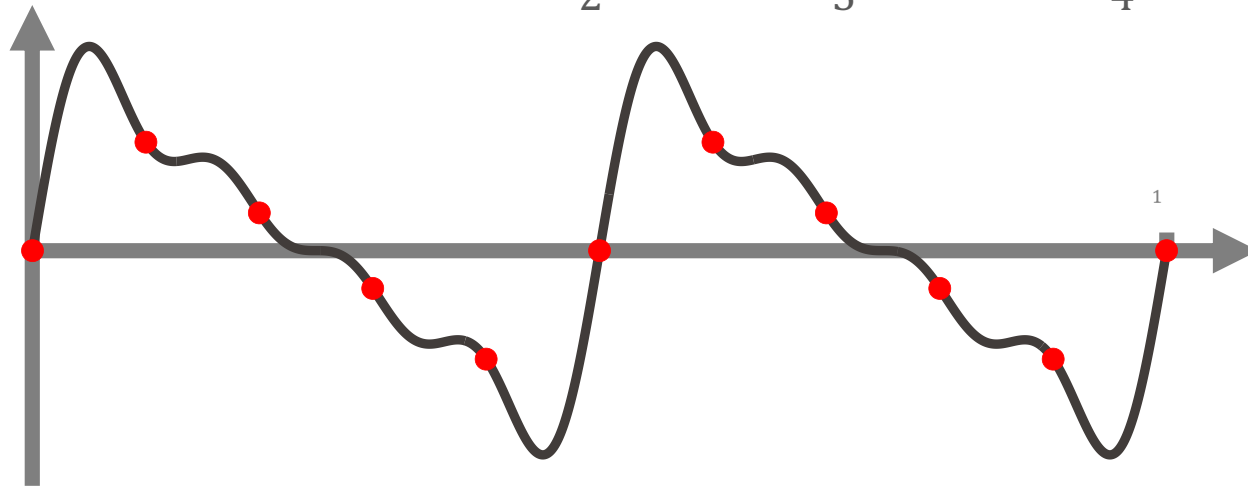


- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.05$  sec ( $f_e = 20$  Hz)

# $T_e$ ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

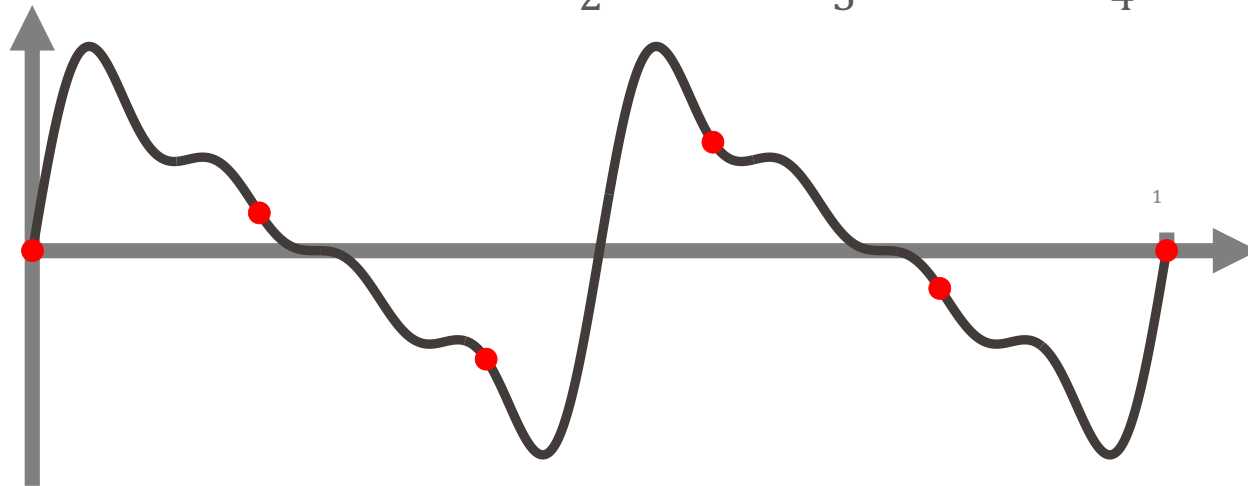


- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.1 \text{ sec}$  ( $f_e = 10 \text{ Hz}$ )

# $T_e$ ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$

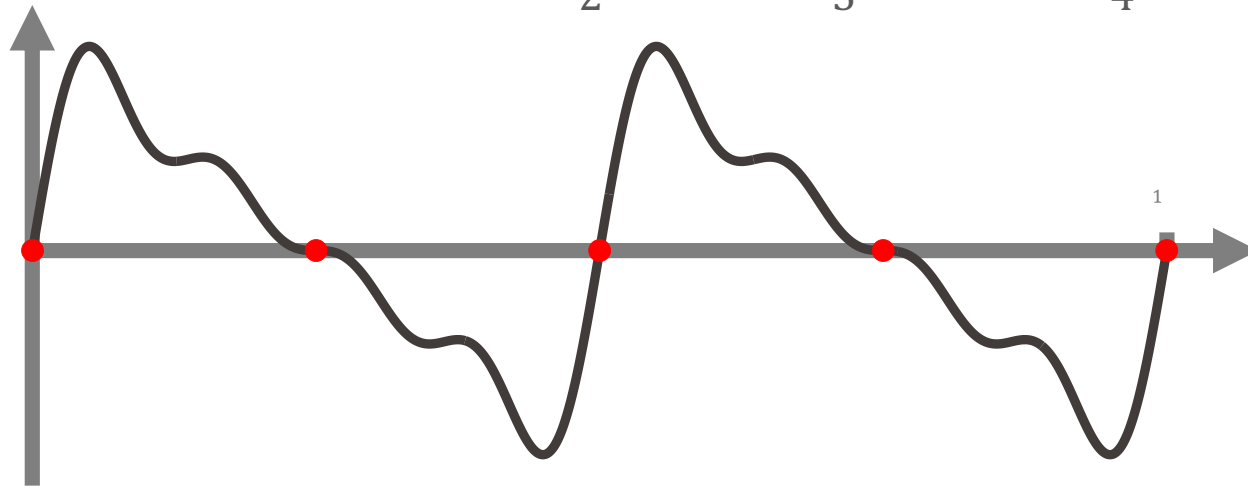


- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.2 \text{ sec}$  ( $f_e = 5 \text{ Hz}$ )

# $T_e$ ne peut pas être aussi grande qu'on veut

Exemple: reprenons le signal vu précédemment :

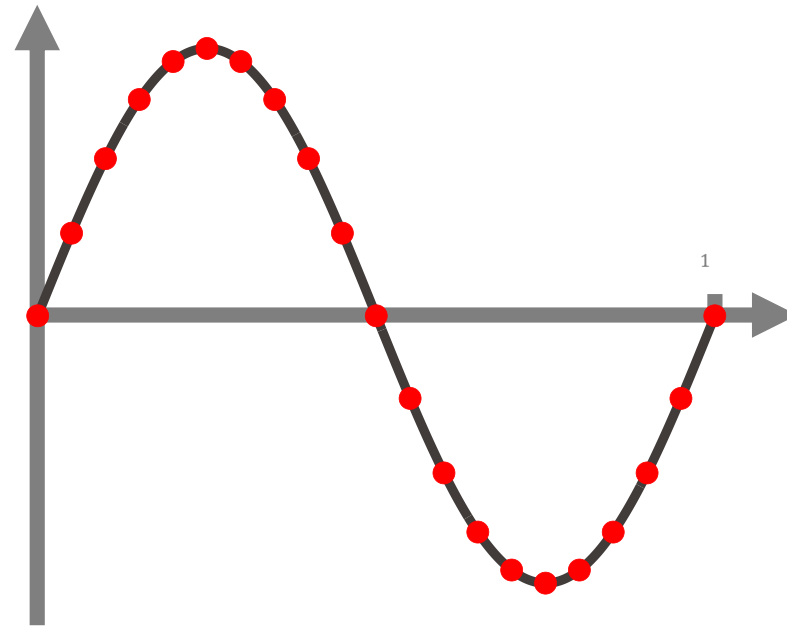
$$X(t) = \sin(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t) + \frac{1}{3}\sin(12\pi t) + \frac{1}{4}\sin(16\pi t)$$



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.25$  sec ( $f_e = 4$  Hz)

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

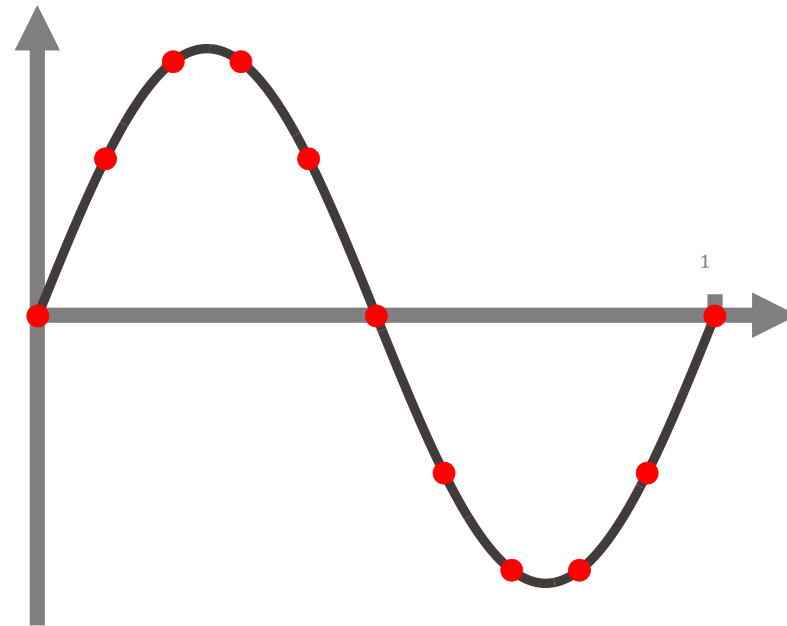
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.05 \text{ sec}$  ( $f_e = 20 \text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

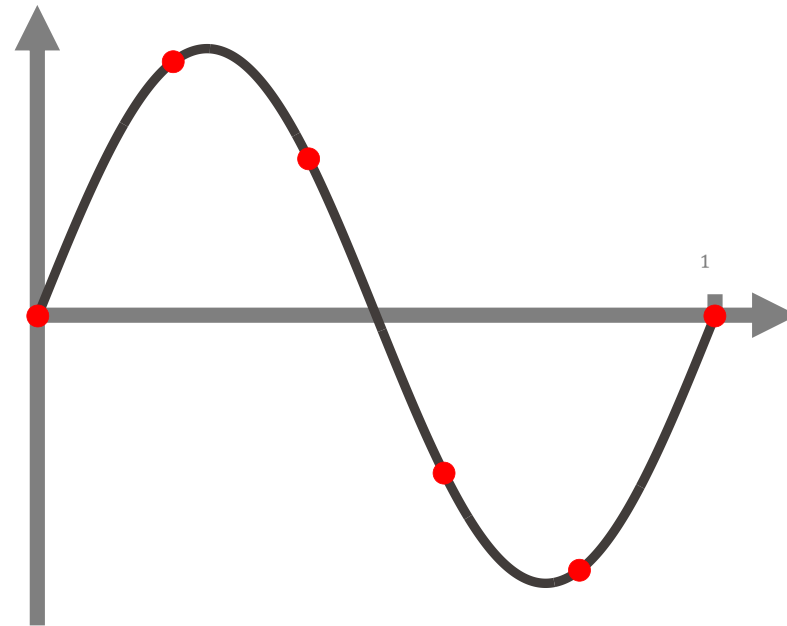
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.1\text{ sec}$  ( $f_e = 10\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

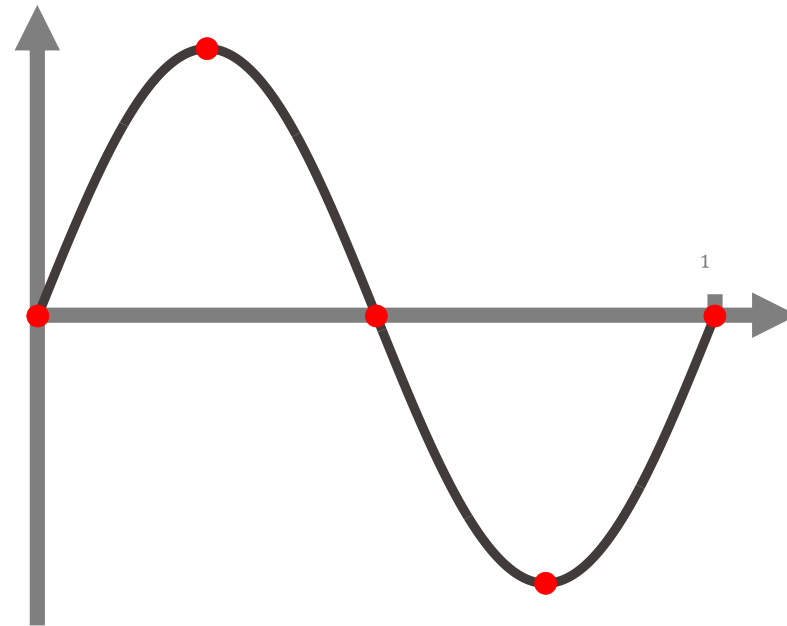
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.2\text{ sec}$  ( $f_e = 5\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

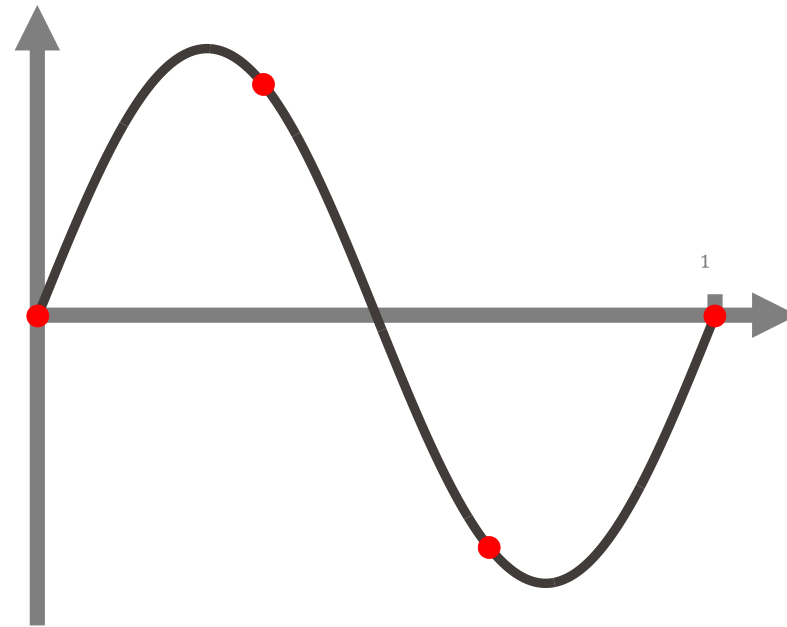
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.25\text{ sec}$  ( $f_e = 4\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

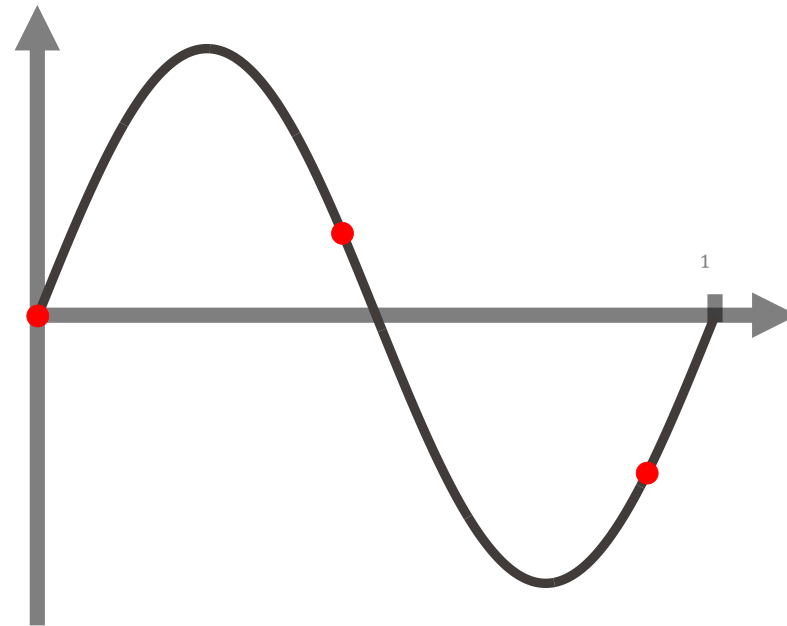
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.\bar{3}$  sec ( $f_e = 3\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

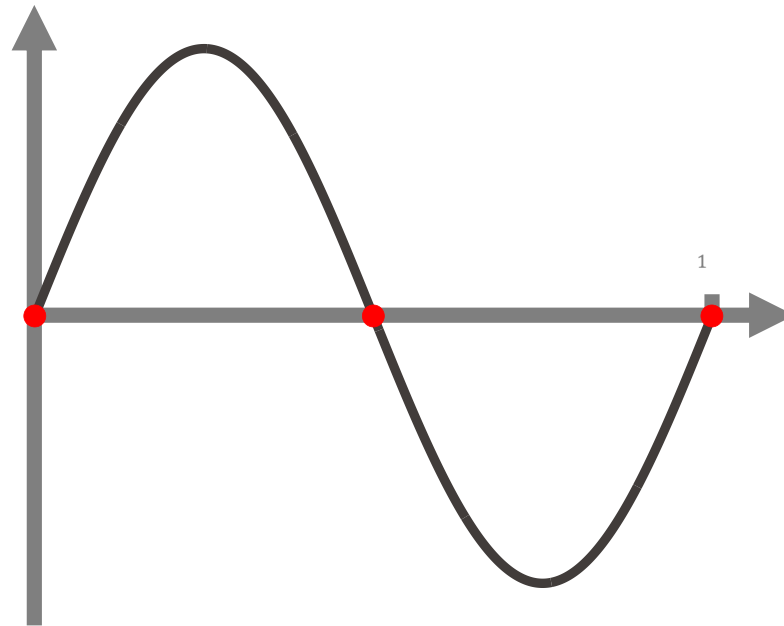
Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )



- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.45\text{ sec}$  ( $f_e = 2.\bar{2}\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

Autre exemple : sinusoïde pure  $X(t) = \sin(2\pi t)$  ( $f = 1\text{Hz}$ )

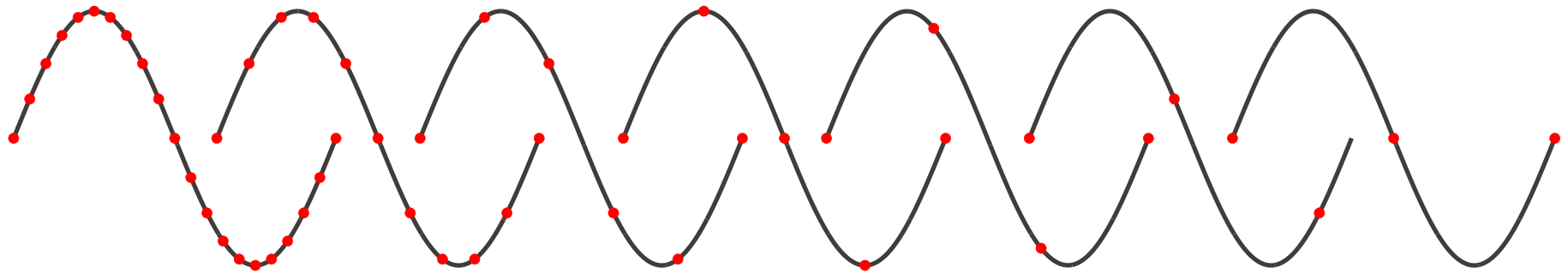


- Période d'échantillonnage  $T_e = 0.5\text{ sec}$  ( $f_e = 2\text{ Hz}$ )

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

Autre exemple : sinusoïde pure

$$X(t) = \sin(2\pi t) \quad (f = 1 \text{ Hz})$$



Pour pouvoir reconstruire la sinusoïde à partir de l'échantillon, il est nécessaire que  $T_e < 0.5 \text{ sec}$ , autrement dit, que  $f_e = \frac{1}{T_e} > 2 \text{ Hz}$ .

# Échantillonnage d'une sinusoïde pure

- De manière plus générale, on peut dire la chose suivante :

Soit  $X(t)$  une sinusoïde pure dont la fréquence est plus petite ou égale à  $f$ .  
Pour pouvoir reconstruire cette sinusoïde à partir de sa version échantillonnée à la fréquence  $f_e$ , il est nécessaire que :

$$f_e > 2f$$

- Le théorème d'échantillonnage que nous verrons prochainement dit (essentiellement) que cette condition est non seulement **nécessaire** mais aussi **suffisante**.
- Nous verrons également que **ce théorème s'applique à tous les signaux**, et pas seulement aux sinusoïdes.

## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

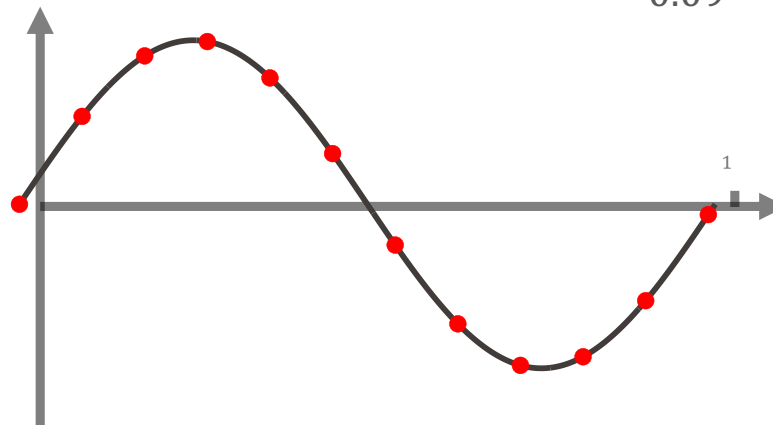
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

- $f = 1$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

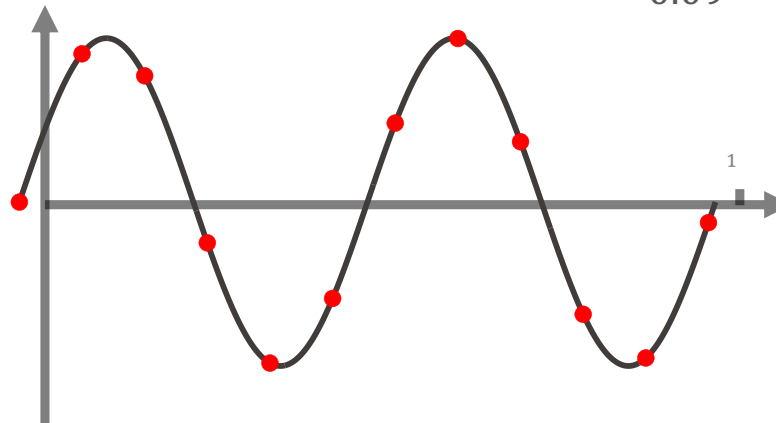
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

- $f = 1$  Hz
- $f = 2$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

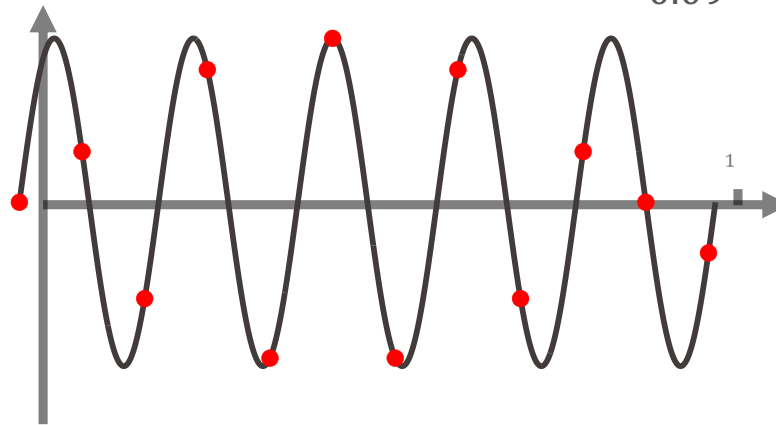
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

- $f = 1$  Hz
- $f = 2$  Hz
- $f = 5$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

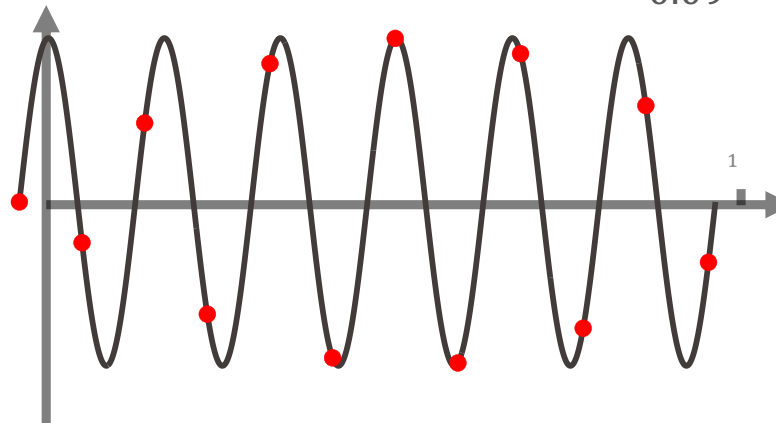
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

- $f = 1$  Hz
- $f = 2$  Hz
- $f = 5$  Hz
- $f = 6$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

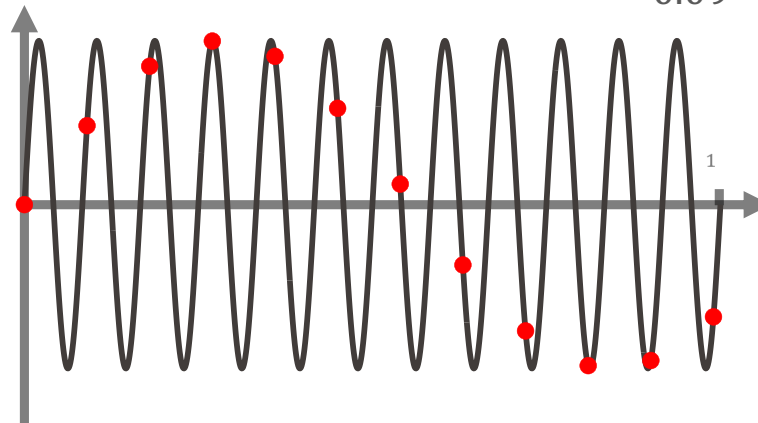
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

- $f = 1$  Hz
- $f = 2$  Hz
- $f = 5$  Hz
- $f = 6$  Hz
- $f = 12$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

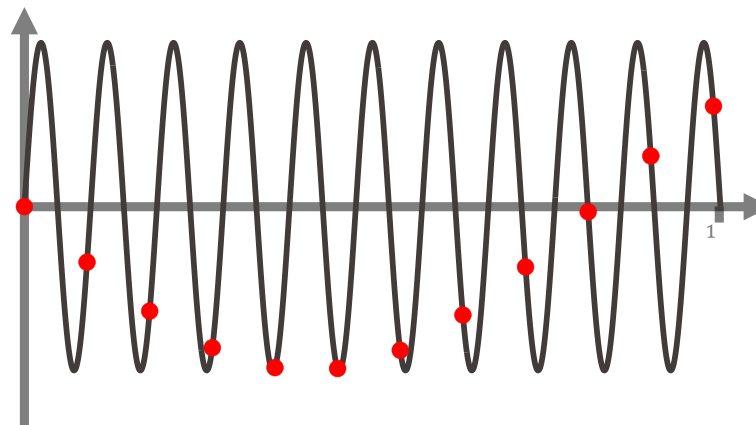
Que se passe-t-il lorsque la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est trop basse, i.e. lorsque le signal est **sous-échantillonné** ?

- Nous poursuivons avec l'exemple d'une sinusoïde pure :

$$X(t) = \sin(2\pi f \cdot t),$$

échantillonnée avec une période  $T_e = 0.09$  sec, donc  $f_e = \frac{1}{0.09} = 11.\overline{11}$  Hz.

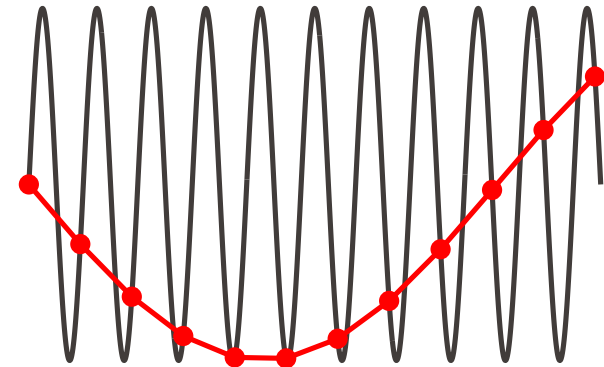
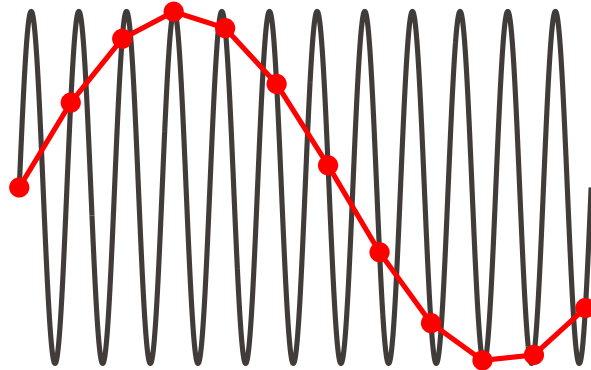
- $f = 1$  Hz
- $f = 2$  Hz
- $f = 5$  Hz
- $f = 6$  Hz
- $f = 12$  Hz
- $f = 10.5$  Hz



## Et si $f_e < 2f$ , que se passe-t-il ?

Dans les deux derniers cas, nous avons vu apparaître :

- une sinusoïde avec une fréquence plus lente
- une autre sinusoïde, avec une fréquence plus lente et qui part d'abord vers le bas.



Ce phénomène s'appelle l'**effet stroboscopique** et survient donc lorsqu'on **sous-échantillonne** un signal.

# Effet stroboscopique : illustrations

- Exemple visuel (avec un sous-échantillonnage à deux dimensions) :



# Effet stroboscopique : illustrations

- Exemples de vidéos :

<http://www.youtube.com/watch?v=jHS9JGkEOmA>

<http://www.youtube.com/watch?v=LVwmtwZLG88>

<https://www.youtube.com/watch?v=2lghwseolSc>

# Résumé Semaine 09 – ICC-T

- Signaux : fonction analogique  $X(t)$  (ex. son, onde électromagnétique, image, vidéo)
- Spectre & bande passante : représentation spectrale (somme de sinusoides) ;  
bande passante =  $f_{max}$
- Filtrage passe-bas : filtre idéal vs moyenne mobile
- Échantillonnage : continu  $X(t) \rightarrow$  discret  $X(nT_e)$  avec  $f_e = 1/T_e$  ;  
compromis précision vs coût
- Condition d'échantillonnage pour reconstruction sans perte :  
$$f_e > 2f$$
- Effet stroboscopique : si  $f_e < 2f$  , apparition de sinusoides « fantômes »

[rafael.pires@epfl.ch](mailto:rafael.pires@epfl.ch)



**EPFL**

Merci