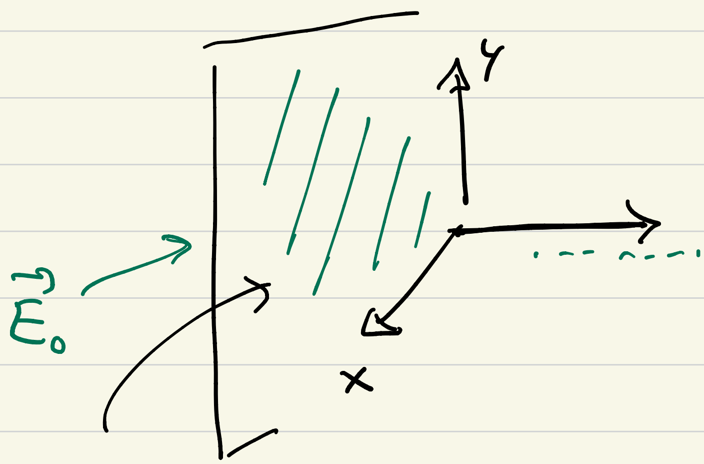
Polarisation du photon.

* "vecteur" $\longleftrightarrow$ premier exemple de bit quantique. "qubit"

Commencer par la polarisation des ondes électromagnétiques.

Dans la théorie de Maxwell : solutions qui représentent des ondes



direction z de propagation.

- vibrations des champs $\vec{E}(z,t)$ et $\vec{B}(z,t)$. sont vecteurs qui vivent dans le plan $(xy) \perp z$.

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ \vec{E}_0 \, e^{i(kz - \omega t)} \right\}.$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\quad \omega = 2\pi\nu$ $\quad$ et $\quad \lambda\nu = c$ vitesse de la lumière.

vecteur possède une structure qui est la Polarisation de l'onde

$\frac{\omega}{k} = c$. (300 000 km/s.).

Structure de $\vec{E}_0$ (Polarisation de l'onde) :

$$\vec{E}_0 = E_0 \begin{pmatrix} (\cos\vartheta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\vartheta)\, e^{i\delta_y} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\in \mathbb{R}$

amplitude de l'onde

- ϑ et δ_x, δ_y sont des angles $[0, 2\pi]$ arbitraires.
- vecteur $\begin{pmatrix} (\cos\vartheta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\vartheta)\, e^{i\delta_y} \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur unité

Norme ?

$$\left|(\cos\vartheta)\, e^{i\delta_x}\right|^2 + \left|(\sin\vartheta)\, e^{i\delta_y}\right|^2 + |0|^2$$

$$= (\cos\vartheta)^2 + (\sin\vartheta)^2 = 1.$$

Rappel :

$$|e^{i\alpha}|^2 = \overline{e^{i\alpha}}\, e^{i\alpha} = e^{-i\alpha} e^{i\alpha} = 1.$$

$$|e^{i\alpha}|^2 = (\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1.$$

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \sin\alpha$$

formule d'Euler.

Réviser l'algèbre des nombres complexes pour ce cours

• le champ $\vec{B}(z,t)$ est relié au champ $\vec{E}(z,t)$

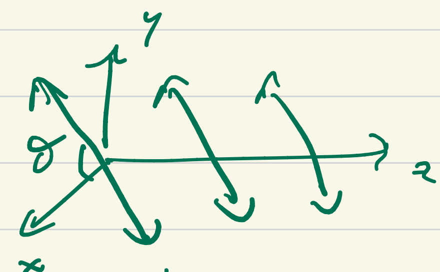
via : $\vec{B} = \frac{1}{c}\,\hat{z} \wedge \vec{E}$. $\in (xy) \perp z$

$\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $\quad \vec{E} = (z,t)$.

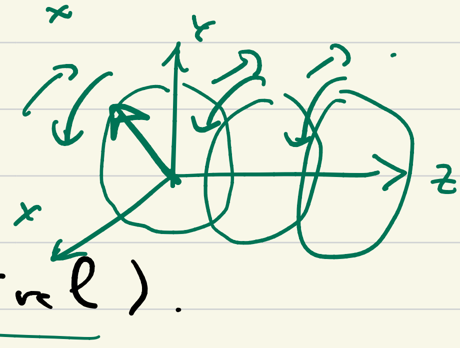
(produit vectoriel)

Quelques cas particuliers de Polarisation avec des images.

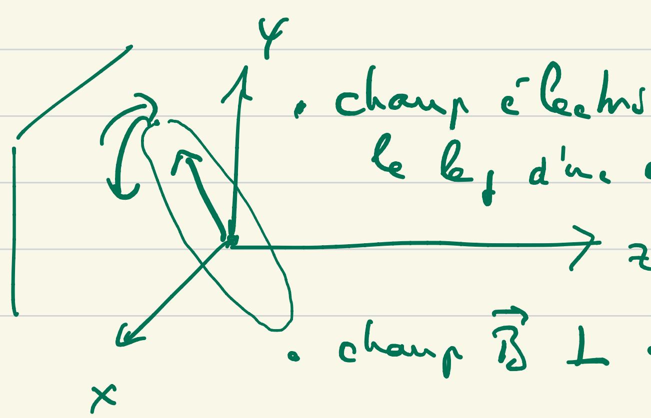
• Polarisation linéaire ✓



• Polarisation circulaire ✓



• Polarisation elliptique (cas général).



• champ électrique tourne le long d'une ellipse

• champ $\vec{B} \perp$ à $\vec{E}$ ds (xy)

Polarisation Linéaire.

ϑ fixe arbitraire et $\delta_x = \delta_y = 0$.

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ \underset{\uparrow \atop \in \mathbb{R}.}{E_0} \begin{pmatrix} \cos\vartheta \, e^{i\delta_x} \\ \sin\vartheta \, e^{i\delta_y} \\ 0 \end{pmatrix} \underbrace{e^{i(kz-\omega t)}} \right\}.$$

$$= \mathrm{Re}\left\{ E_0 \begin{pmatrix} \cos\vartheta \\ \sin\vartheta \\ 0 \end{pmatrix} \left(\underbrace{\cos(kz-\omega t)} + \underset{\downarrow \atop \text{partie imaginaire.}}{i \sin(kz-\omega t)} \right) \right\}$$

Rappel : $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$,

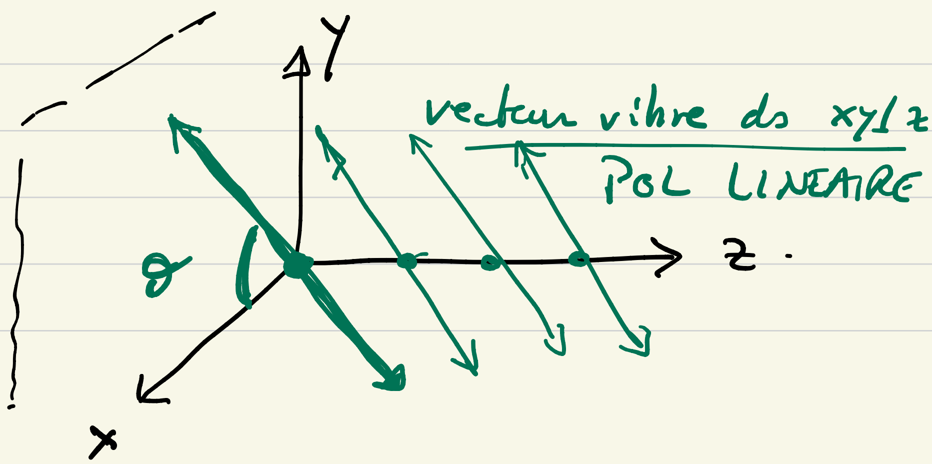
si $\alpha \in [0, 2\pi]$.

$$= E_0 \begin{pmatrix} \cos\vartheta \\ \sin\vartheta \\ 0 \end{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \quad ✓$$

Longueur :

$E_0 \, |\cos(kz-\omega t)|$.

Pour $z=0$: $E_0 \, |\cos \omega t|$



Polarisation Circulaire.

$$\left(\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

$$\vartheta = \frac{\pi}{4}, \quad \delta_x = 0 \quad \text{et} \quad \underline{\delta_y = \pm\frac{\pi}{2}}.$$

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\left\{ E_0 \underbrace{\begin{pmatrix} (\cos\vartheta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\vartheta)\, e^{i\delta_y} \\ 0 \end{pmatrix}} \underbrace{e^{i(kz-\omega t)}} \right\}.$$

$$= \underline{\underline{\mathrm{Re}}} \left\{ \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{pmatrix} \left(\underline{\underline{\cos(kz-\omega t)}} + i\, \underline{\underline{\sin(kz-\omega t)}} \right) \right\}$$

$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos(kz-\omega t) \\ \mp \sin(kz-\omega t) \\ \underline{0} \end{pmatrix}$$

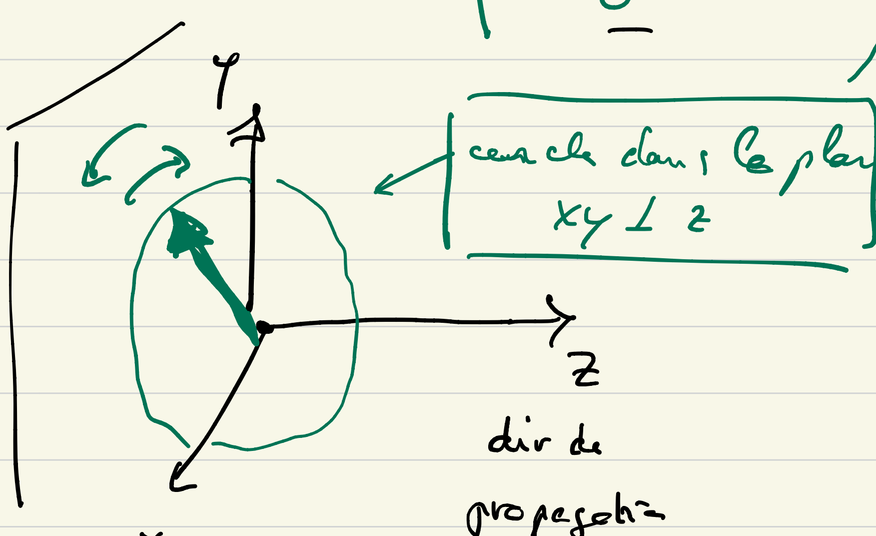
en particulier pour si $z = 0$:

$$\underbrace{\frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos\omega t. \\ \pm \sin\omega t. \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$$|\vec{E}(0,t)|^2 = \frac{E_0^2}{2}\left((\cos\omega t)^2 + (\sin\omega t)^2\right)$$

$$= \frac{E_0^2}{2}.$$

longueur fixe!



$\boxed{\text{Onde Pol Circulairement droite/gauche.}}$

Degré de liberté de polarisation du photon.

(exemple de bit quantique).

- Notion d'état quantique relié à la notion de fonction d'onde $\psi(\vec{r})$ dans l'exp des fentes de Young.

$$\psi(\vec{r}) \longleftrightarrow |\psi\rangle \equiv \psi(\cdot) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{C}.$$

vu comme un "vecteur".

- Ici la situation est similaire :

la fonction d'onde du "photon" (associé à l'onde électromagnétique) :

$$\Psi_{\text{photon}}(z,t) = E_0 \underbrace{e^{i(kz-\omega t)}} \boxed{\begin{pmatrix} (\cos\theta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\theta)\, e^{i\delta_y} \end{pmatrix}}$$

$$\Psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{C} \times (\text{espace vectoriel de dimension } 2)$$

espace du vecteur de polarisation.

De façon plus abstraite :

$$\psi_{photon}(z,t) \longleftrightarrow \underline{\underline{e^{-i\omega t}}} \; |K\rangle \otimes \begin{pmatrix} (\cos\theta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\theta)\, e^{i\delta_y} \end{pmatrix}$$

structure spatiale est paramétrée par vecteur d'onde $|K\rangle$.

"état quantique"

vecteur de pol du photon

"états quantique."

- Pour le moment nous retenons uniquement cette partie de l'état total. c.a.d uniquement le degré de liberté de POL
- Degré de liberté de POL : vecteur à deux composantes

$$\begin{pmatrix} (\cos\theta)\, e^{i\delta_x} \\ (\sin\theta)\, e^{i\delta_y} \end{pmatrix}.$$

Remarque : $\underbrace{e^{i\delta_x}}\cdot \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta\, e^{i(\delta_y-\delta_x)} \end{pmatrix}.$

$e^{-i\omega(t-\delta_x)}$ en changeant l'origine du temps on élimine l'angle δ_x.

et on pose $\delta_y - \delta_x = \varphi \in [0, 2\pi]$.

- Vecteur Polarisation du photon est paramétré par deux angles.

$$|\theta, \varphi\rangle = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ (\sin\theta)\, e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$\uparrow$

Notation de Dirac pour le vect à 2 composantes.

- Les deux composantes peuvent être complexes. et ce vect $\in$ à l'espace $\mathbb{C}^2$

$$\mathbb{C}^2 = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{ avec } \alpha \text{ et } \beta \in \mathbb{C} \right\} \text{ et t.q :}$$

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \checkmark$$

En effet ici $\alpha = \cos\theta$ et $\beta = (\sin\theta)\, e^{i\varphi}$

$$\begin{cases} |\alpha|^2 = (\cos\theta)^2 \checkmark \\ |\beta|^2 = (\sin\theta)^2 |e^{i\varphi}|^2 = (\sin\theta)^2 \left((\cos\varphi)^2 + (\sin\varphi)^2\right) \\ \qquad = (\sin\theta)^2 \checkmark \end{cases}$$

Nous arrivons à la notion de <u>bit quantique</u>.

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Un bit quantique est un degré de liberté} \\ \text{représenté par un } \underbrace{\text{vecteur de}}_{\text{Normalisé}} \ \mathbb{C}^2 \text{ c.à.d} \\ \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} \quad \text{t.q} \quad |\alpha|^2+|\beta|^2=1\end{array}}$$

* vect bidim mais à composantes complexes.

* ce vect ici ne vit pas "vraiment" dans l'espace physique et l'espace dans lequel vit ce vecteur est abstrait $\mathbb{C}^2$; "<u>L'espace d'Hilbert du bit quantique</u>".

↑

On revient sur cela plus tard.

* la pol du photon est un cas particulier de bit quantique.

$$|\theta,\varphi\rangle = \begin{pmatrix}\cos\theta\\ (\sin\theta)e^{i\varphi}\end{pmatrix}.$$

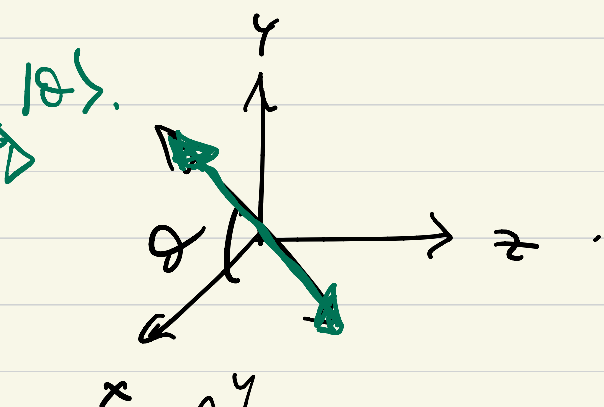
Cas particuliers de pol linéaire et circulaire :

pol linéaire : ϑ arbitraire, $\delta_x = \delta_y = 0 \Rightarrow \varphi = 0$

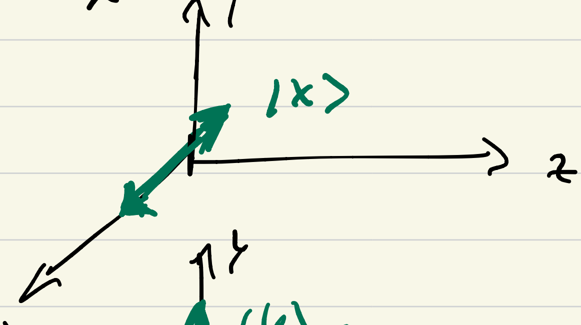
$$|\vartheta\rangle = \begin{pmatrix} \cos\vartheta \\ \sin\vartheta \end{pmatrix} = \cos\vartheta \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{|x\rangle} + \sin\vartheta \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{|y\rangle}.$$

$$|\vartheta\rangle = (\cos\vartheta)\,|x\rangle + (\sin\vartheta)\,|y\rangle.$$

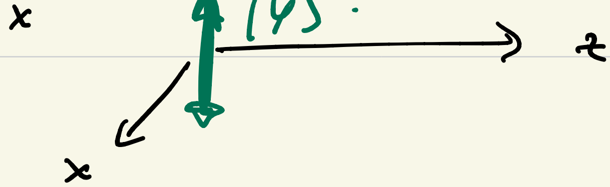
|| comb linéaire de deux états de pol $|x\rangle$ et $|y\rangle$.



état de pol horizontal :



état de pol vertical :



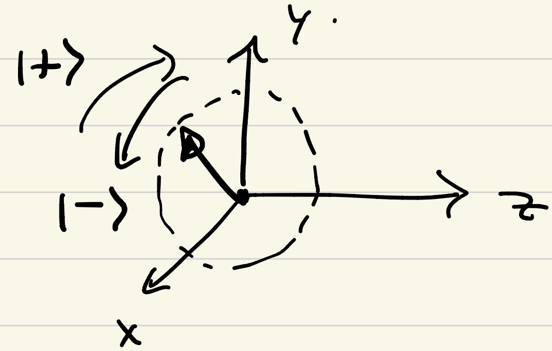
pol circulaire : $\theta = \frac{\pi}{4}$ et $\delta_x = 0$ et $\delta_y = \pm \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$.

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \qquad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \, e^{i\varphi} \end{pmatrix}. \qquad e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i.$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ e^{i\frac{\pi}{2}} = i \end{array}\right\}$$



• états de pol circ droite et gauche.

$$\left\{\begin{array}{l} |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{|x\rangle} + \frac{i}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{|y\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|x\rangle + i |y\rangle \right). \\ |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|x\rangle - i |y\rangle \right). \end{array}\right.$$

états de pol $|\pm\rangle$ dans une autre base $\{|x\rangle, |y\rangle\}$. pol linéaire.

Bases de l'espace $\mathbb{C}^2$ des états de pol ou des états du bit quantique.

* Base linéaire (ou base computationelle).

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } |y\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ket général : $\alpha |x\rangle + \beta |y\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$.

bra est le vect transposé et complexe conjugué : $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$

$$= \bar{\alpha}\,\underbrace{(1,0)} + \bar{\beta}\,\underbrace{(0,1)}$$
$$= \bar{\alpha}\,\langle x| + \bar{\beta}\,\langle y|.$$

base linéaire pour les bras : $\langle x| = (1,0)$
$\langle y| = (1,0)$.

* Base circulaire

Kets : $|+\rangle$ et $|-\rangle$
$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle)$ et $= \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle - i|y\rangle)$.

bras : transposé et complexe conjugué

$\hookrightarrow$

- ket $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + \underline{\underline{\underline{i}}}\,|y\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ i\end{pmatrix}$

$\downarrow$

- bra $\langle +| = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, \bar{i}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -i)$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\underbrace{\langle x|}_{(1,0)} \underline{\underline{\underline{-i}}} \underbrace{\langle y|}_{(0,1)}).$$

- ket $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle \underline{\underline{\underline{-i}}}\,|y\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ -i\end{pmatrix}$

$\downarrow$

- bra $\langle -| = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, +i) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle x| \underline{\underline{\underline{+i}}} \langle y|)$.

En général si on a un ket $\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \alpha|x\rangle + \beta|y\rangle$

le bra est $(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) = \bar{\alpha}\langle x| + \bar{\beta}\langle y|$.

Structure d'espace de Hilbert de $\mathbb{C}^2$

$$\mathbb{C}^2 \to \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = |\psi\rangle.$$

Nom que l'on donne au vecteur $\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$. ici $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

et $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. $(\ast)$

$\exists$ une structure de produit scalaire sur $\mathbb{C}^2$ faisant compatible avec la condition de normalisation $(\ast)$.

Pr scalaire $\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix} \mapsto (\bar{\gamma}, \bar{\delta})$.

$$(\bar{\gamma}, \bar{\delta})\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \bar{\gamma}\alpha + \bar{\delta}\beta.$$

en particulier si $\gamma = \alpha$ et $\delta = \beta$: $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = |\alpha|^2 + |\beta|^2$.

On appelle $\mathbb{C}^2$ muni du pr. scalaire un espace de Hilbert

En Notation de Dirac :

$$\underset{\text{ket}}{|\psi\rangle} = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underset{\text{ket}}{|\phi\rangle} = \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix}$$

$$(\bar\gamma, \bar\delta) \equiv \underset{\text{bra}}{\langle\phi|}.$$

pr. sc

$$\underbrace{(\bar\gamma, \bar\delta)}\underbrace{\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}} = \bar\gamma\alpha + \bar\delta\beta \in \mathbb{C}.$$

$$\langle\phi|\psi\rangle \in \mathbb{C}.$$

bra - ket = bracket.

Propriétés usuelles du pr. scalaire ou du bracket.

(i) $\langle\phi|\phi\rangle \geq 0$ et $\langle\phi|\phi\rangle = \|\phi\|^2 = |\gamma|^2 + |\delta|^2$

en particulier $\langle\phi|\phi\rangle = 0 \iff \phi = 0$ ou $\gamma = \delta = 0$.

(ii) linéarité $\langle\phi|(\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle) = \alpha\langle\phi|\psi_1\rangle + \beta\langle\phi|\psi_2\rangle$

(iii) $\overline{\langle\phi|\psi\rangle} = \langle\psi|\phi\rangle$.

à vérifier

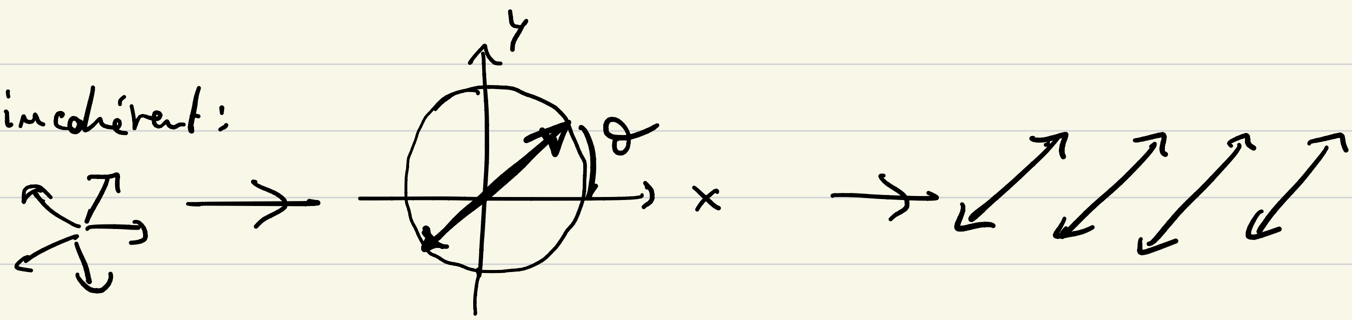
exercice.

Expériences sur la polarisation du photon.

appareils expérimentaux à disposition :

- $\boxed{\text{polariseur}}$ (filtre polaroid) qui prépare l'état du photon ou d'une onde électromagnétique ds un état de pol donné → <u>Polariseurs linéaires.</u>

état incohérent :

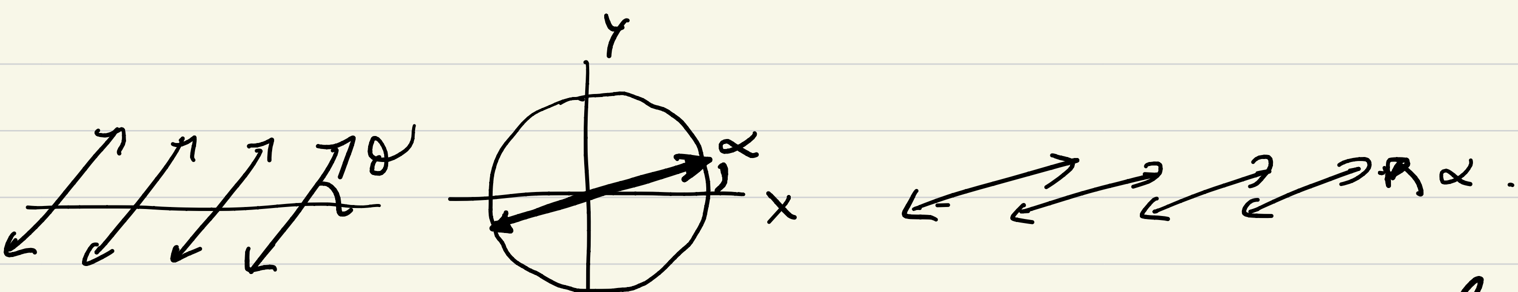


pol ds n'importe quel dir

onde ou photon entrant

sortie : état polarisé linéairement.
se propageant ds la dir z.

- $\boxed{\text{analyseur}}$ (filtre polaroid).

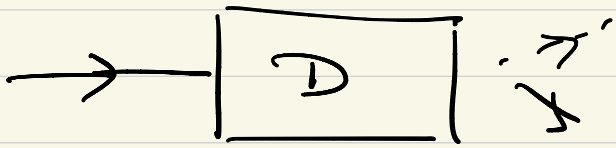


état entrant

sortie : uniquement la composante le long de l'axe α qui passe et la comp ⊥ est absorbée.

• $\boxed{\text{Photodétecteur}}$: marche selon le principe de l'effet photoélectrique.

photon entrant

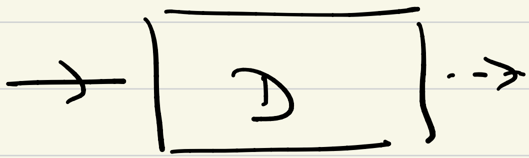


clic si photon. 1

pas de clic si pas de photon. 0

pas de photon entrant

onde

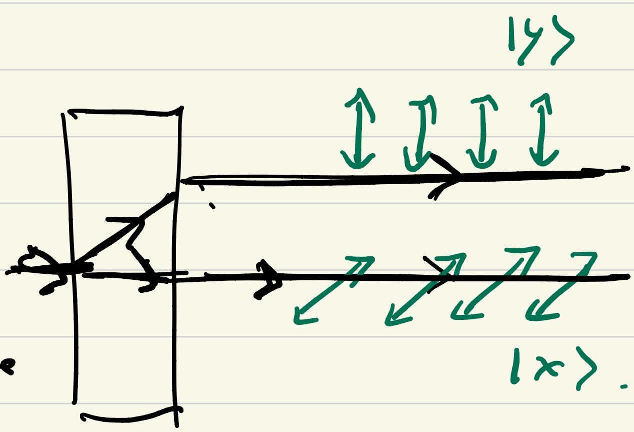


le nombre de clics

~ # de photons détectés

~ intensité de l'onde ou à l'amplitude du ch électrique de l'onde.

• $\boxed{\text{Cristal biréfringent}}$: décompose l'onde ou le photon en deux parties.

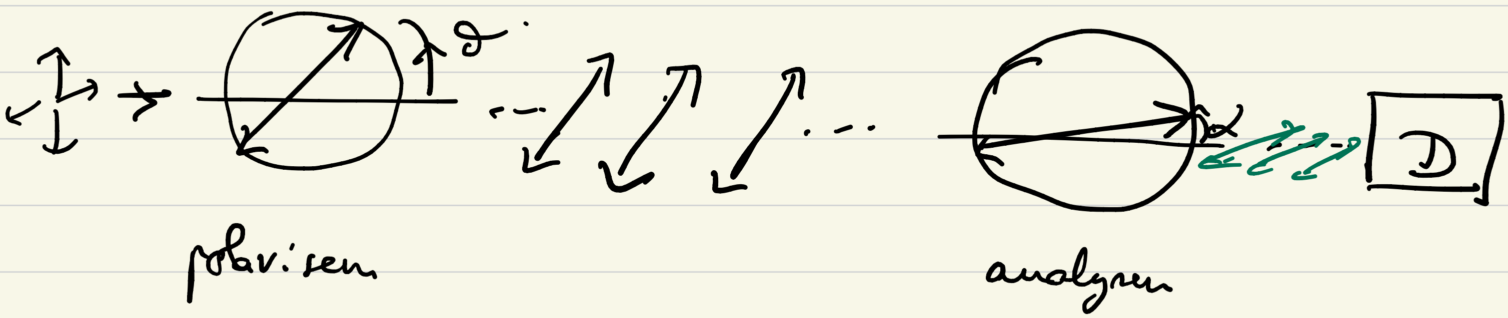


onde pol ou photon état de pol linéaire

$|\theta\rangle$

$= (\cos\theta)|x\rangle + (\sin\theta)|y\rangle$

Première expérience : photodétection après un analyseur.



Exp avec les ondes : intensité lumineuse dans D est proportionnelle $(\cos(\alpha-\vartheta))^2$.

explication ? champ électrique après le polariseur :

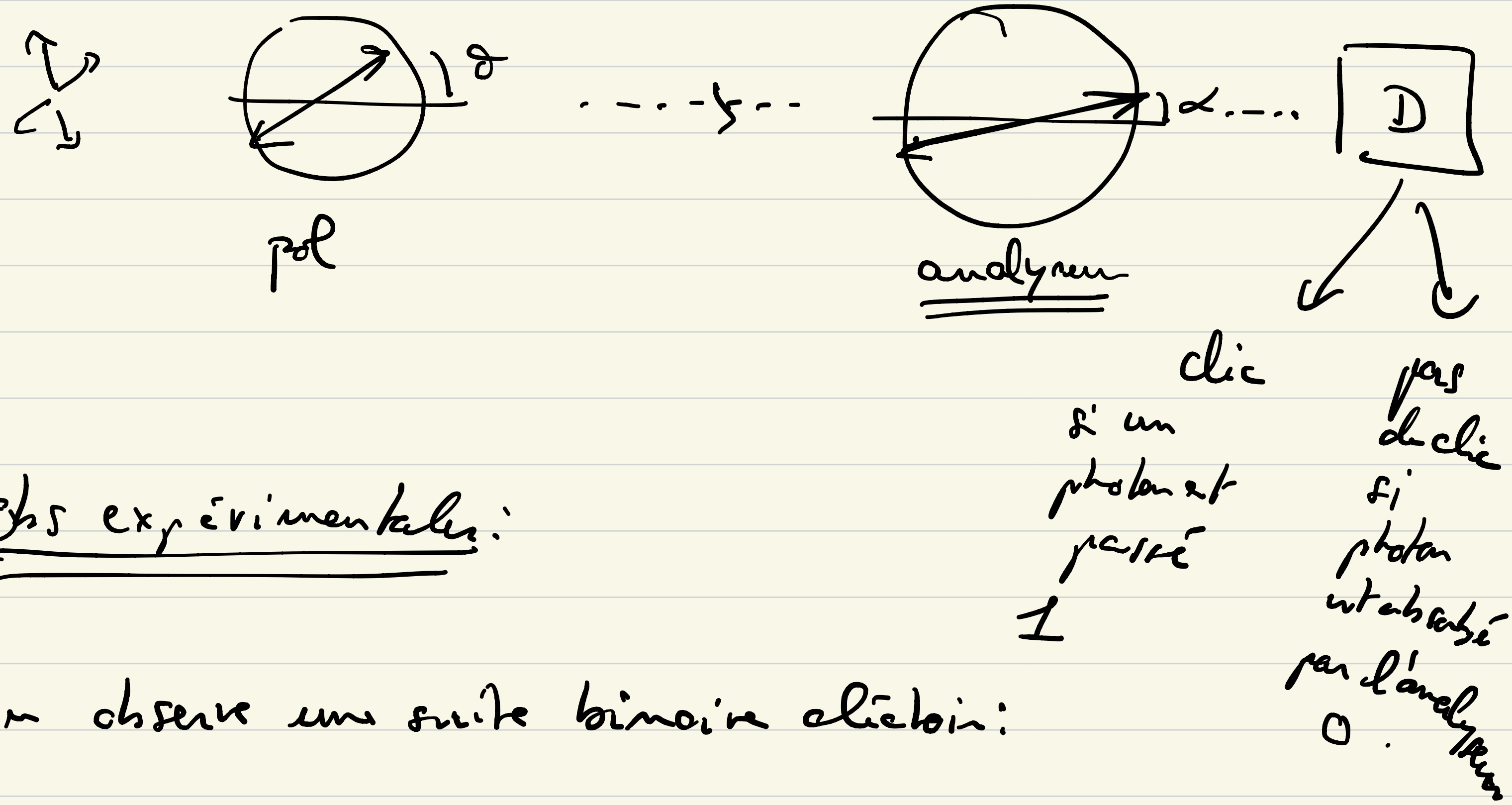
$$\sim E_0 \begin{pmatrix} \cos\vartheta \\ \sin\vartheta \\ 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \text{intensité} = E_0^2$$

la partie du champ électrique qui n'est pas absorbée par l'analyseur est proj le long de α :

$$\sim \underbrace{E_0 \cos(\vartheta-\alpha)}_{\text{longueur de la proj le long de } \alpha} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{intensité } E_0^2 (\cos(\vartheta-\alpha))^2$$

Rapport des intensités : $(\cos(\vartheta-\alpha))^2$.

Exp avec photons. envoyer les photons un par un.



Obs expérimentales :

On observe une suite binaire aléatoire :

1 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 ....

statistique :
$$\Pr(1) = (\cos(\vartheta - \alpha))^2.$$
$$\Pr(0) = (\sin(\vartheta - \alpha))^2 = 1 - (\cos(\vartheta - \alpha))^2$$

On découvre que cette statistique est égale à l'intensité obtenue quand on fait l'exp avec une onde.

Explication : via la notion d'état quant du pol et via le principe de Born.

- Etat du photon après le polariseur :

$$|\vartheta\rangle = (\cos\vartheta)\,|x\rangle + (\sin\vartheta)\,|y\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}\cos\vartheta\\ \sin\vartheta\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

- Si le photon passe l'analyseur son état est :

$$|\alpha\rangle = (\cos\alpha)\,|x\rangle + (\sin\alpha)\,|y\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}.$$

Si le photon ne passe pas il est absorbé (c.a.d le "champ électrique" associé est $\perp \alpha$) et l'état du photon

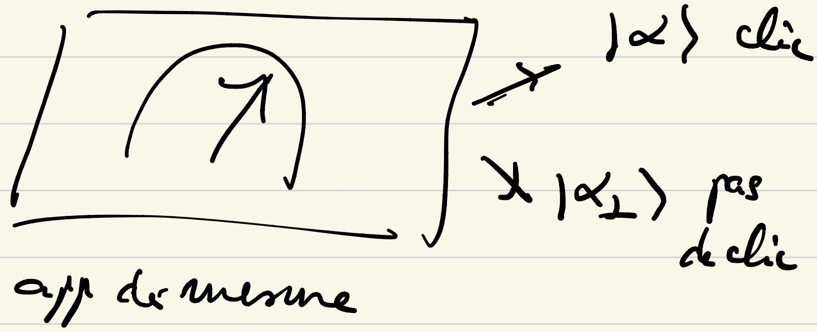
$$|\alpha_\perp\rangle = (-\sin\alpha)\,|x\rangle + (\cos\alpha)\,|y\rangle = \begin{pmatrix}-\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{pmatrix}$$

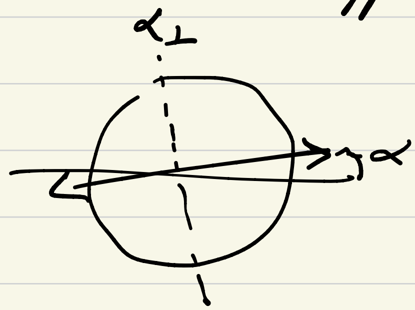
$$\perp\ |\alpha\rangle.$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\text{Prob}(1) = |\langle\alpha|\vartheta\rangle|^2 \quad \text{Loi de Born.}\\ &\text{Prob}(0) = |\langle\alpha_\perp|\vartheta\rangle|^2\end{aligned}}$$

Rappelons le principe de la mesure (de Born).

état entrant $|\theta\rangle$ $\rightarrow$





$\boxed{D.}$

$$\text{Prob}(\text{clic}) = \text{Prob}(|\theta\rangle \to |\alpha\rangle) = |\langle \alpha | \theta \rangle|^2$$

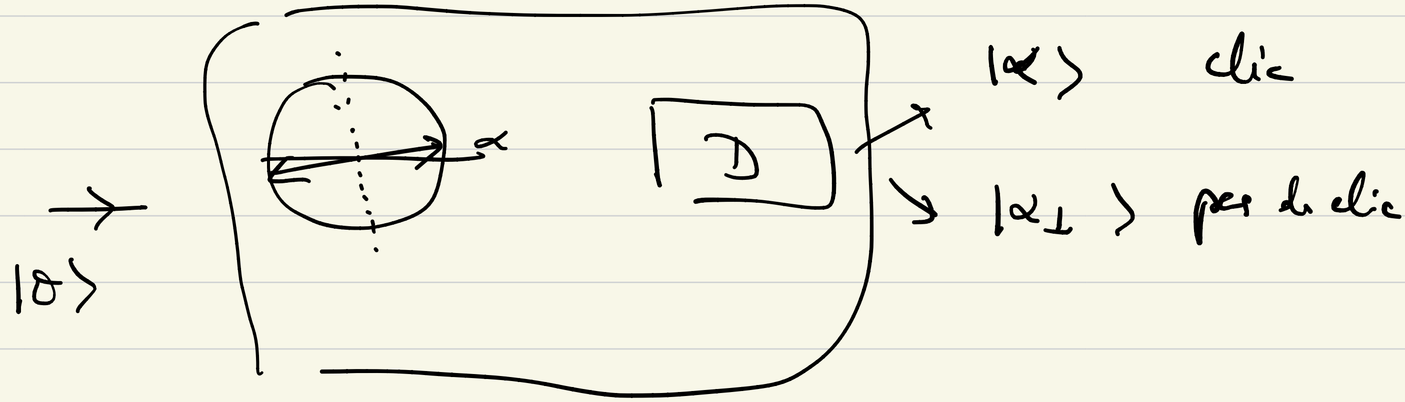
$$\text{Prob}(\text{pas de clic}) = \text{Prob}(|\theta\rangle \to |\alpha_\perp\rangle) = |\langle \alpha_\perp | \theta \rangle|^2 .$$

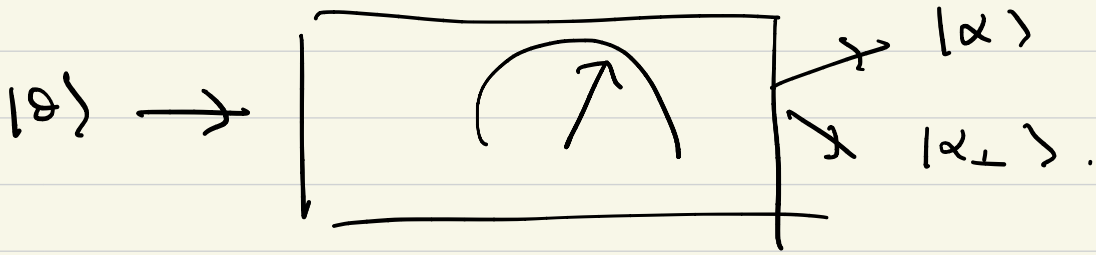
Calcul simple :

$$\langle \alpha | \theta \rangle = (\cos\alpha , \sin\alpha) \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} = \cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta$$

$$= \cos \alpha -$$

Discussion des exps sur la pol du photon suite.





- $\text{Prob}(\text{clic}) = |\langle \alpha | \theta \rangle|^2 = \left| (\cos\alpha, \sin\alpha) \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \right|^2$

$$= |\cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta|^2 = (\cos(\alpha-\theta))^2$$

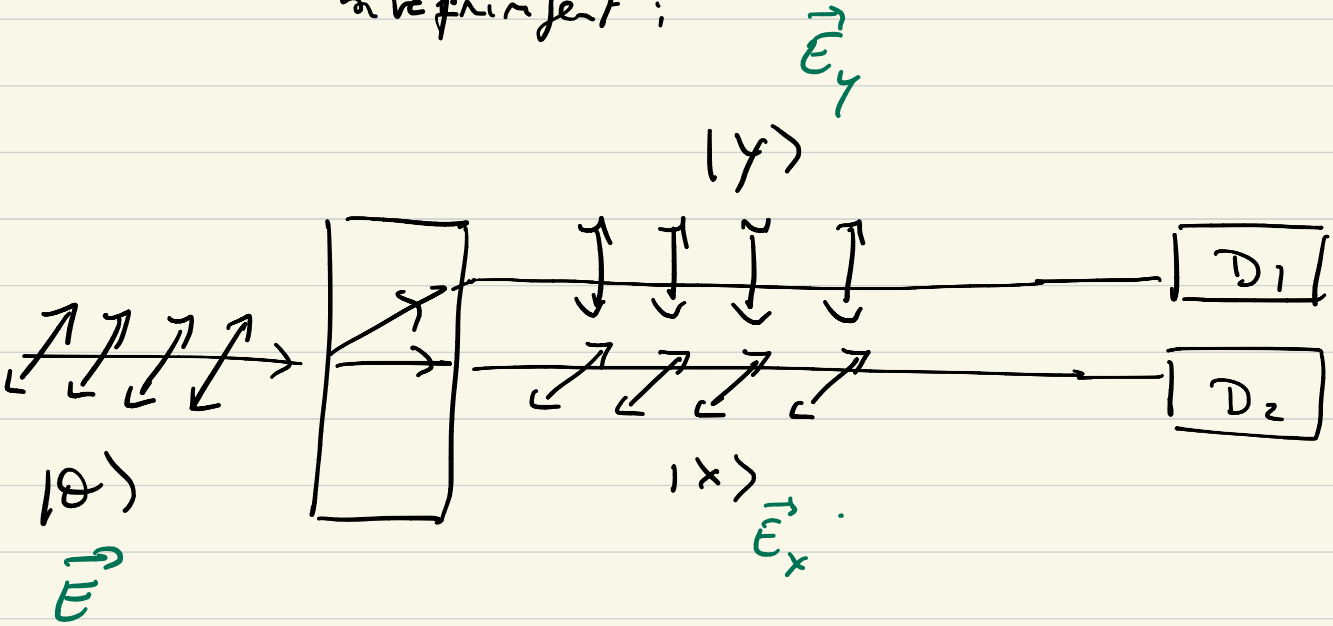
- $\text{Prob}(\text{pas clic}) = |\langle \alpha_\perp | \theta \rangle|^2 = \left| (-\sin\alpha, \cos\alpha) \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \right|^2$

$$= (\cos\alpha \sin\theta - \sin\alpha \cos\theta)^2 = (\sin(\alpha-\theta))^2.$$

(probs se somment à 1.)

$\rightarrow$ $\boxed{\text{Principe de la mesure de Max Born est vérifié expérimentalement.}}$

Exp 2 : Décomposer la lumière en photons par un cristal biréfringent :



Exp avec ondes : observe intensité collectée en D_1

$\sim (\cos\vartheta)^2$

intensité collectée en D_2

$\sim (\sin\vartheta)^2$.

$$\vec{E} \sim E_0 \begin{pmatrix}\cos\vartheta\\ \sin\vartheta\\ 0\end{pmatrix} = \underbrace{E_0 \begin{pmatrix}\cos\vartheta\\ 0\\ 0\end{pmatrix}}_{E_x} + \underbrace{E_0 \begin{pmatrix}0\\ \sin\vartheta\\ 0\end{pmatrix}}_{E_y}$$

E_x : rentre dans D_1 — E_y : rentre dans D_2

intensité : $E_0^2(\cos\vartheta)^2$ — $E_0^2(\sin\vartheta)^2$

Exp avec photons : envoie un par un, et on observe

de D_1 : 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 ... séquence aléatoire

de D_2 : 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 ... séquence complémentaire

c.a.d photon passe par en haut ou par en bas.

D_1 clic et D_2 clic pas.

D_1 clic pas et D_2 clic.

statistique des clics : $\text{Prob}(D_1 \text{ clic}) = (\cos\theta)^2$

$\text{Prob}(D_2 \text{ clic}) = (\sin\theta)^2$.

A nouveau la stat compatible avec les résultats ondulatoire.

Explication : via la notion état quant + principe de la mesure.

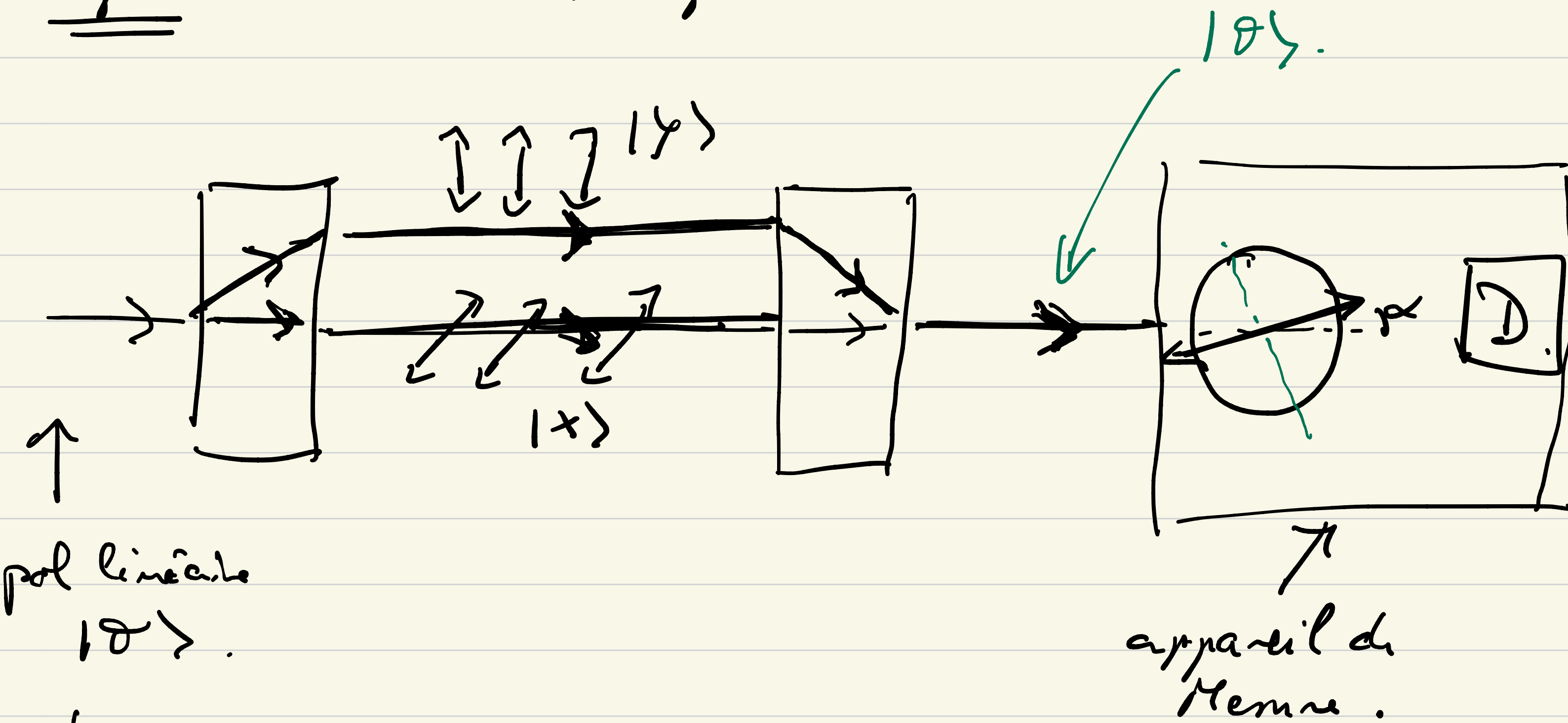
- état de pol si photon passe par en haut : $|x\rangle$.

$$\text{Prob}(|\theta\rangle \to |x\rangle) = |\langle x|\theta\rangle|^2 = \left|(1,0)\begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\end{pmatrix}\right|^2 = (\cos\theta)^2.$$

- si photon passe par en bas : $|y\rangle$

$$\text{Prob}(|\theta\rangle \to |y\rangle) = |\langle y|\theta\rangle|^2 = (\sin\theta)^2.$$

Exp 3 : Combiné les exps 1 et 2 :



onde

$$\vec{E} \sim \begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\\ 0\end{pmatrix} E_0 .$$

Expérience avec ondes : onde décomposée en deux en les cristaux, puis recombinée avant l'analyseur.

$$\vec{E}_{\text{avant l'analyseur}} \sim \begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\\ 0\end{pmatrix} E_0 . \quad (*)$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{intensité observée du D} \sim (\cos(\theta-\alpha))^2}$

$\downarrow$

même résultat que sans les cristaux.

Expérience avec photons :

D clic ou pas : 1 0 1 0 0 1 1 0 . . . . séquence aléatoire

Statistique : $\text{Prob}(1 = \text{clic}) = \left(\cos(\theta - \alpha)\right)^2$

idem que ds la théorie ondulatoire.

Curieux en fait. (*)

Explication quantique.

- avant le premier cristal état $|\theta\rangle$.
- entre les deux cristaux état ?

$$(\cos\theta)\,|x\rangle + (\sin\theta)\,|y\rangle$$

$$\| \text{ Mathématiquement}$$

$$|\theta\rangle.$$

combinaison linéaire des état $|x\rangle$ et $|y\rangle$.

analogue au cas de l'exp de Young ou l'état

$$\psi(\vec r) = \underbrace{\psi_1(\vec r)} + \underbrace{\psi_2(\vec r)}.$$

- état après le deuxième cristal :

$|\theta\rangle.$

$\rightarrow$ $\text{Prob}(\text{clic}) = |\langle \alpha | \theta \rangle|^2 = (\cos(\theta - \alpha))^2$. !!!!

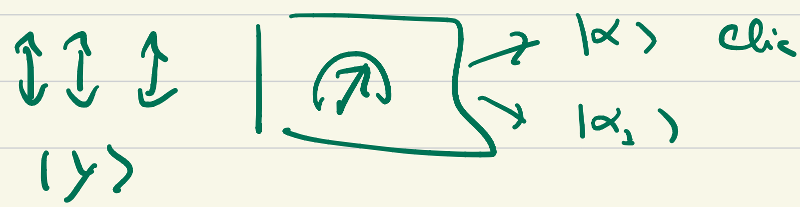
Pourquoi ceci est curieux ?

Une Théorie ou Raisonnement classique basé sur le fait que le photon entre les deux cristaux passe par en haut ou en bas donnerait un résultat faux.

En effet :

$$\mathrm{Prob}(\text{clic}) = \overbrace{\mathrm{Prob}(\text{clic} \mid \text{chemin supérieur})}^{(\sin\alpha)^2}\ \overbrace{\mathrm{Prob}(\text{chemin sup})}^{(\cos\theta)^2}$$
$$+ \underbrace{\mathrm{Prob}(\text{clic} \mid \text{chemin inférieur})}_{(\cos\alpha)^2}\ \underbrace{\mathrm{Prob}(\text{chemin inf})}_{(\sin\theta)^2}.$$

chemin sup



$$\mathrm{Prob}(\text{clic} \mid \text{chemin sup}) = |\langle\alpha|y\rangle|^2 = (\sin\alpha)^2$$

chemin inf

$$\mathrm{Prob}(\text{clic} \mid \text{chemin inf}) = |\langle\alpha|x\rangle|^2 = (\cos\alpha)^2$$

$$\boxed{\mathrm{Prob}(\text{clic}) = (\sin\alpha)^2(\cos\theta)^2 + (\cos\alpha)^2(\sin\theta)^2.}$$

↑ de cette théorie fausse.

Manque le terme d'interférence dans $(\cos(\theta-\alpha))^2 =$ terme bleu $+ 2\cos\theta\sin\theta\cos\alpha\sin\alpha$