

Semaine 5 : Série d'exercices sur la représentation de l'information

1 [N1] Nombre de bits

Combien de bits sont ils nécessaires pour disposer d'une représentation distincte pour chacun des éléments des ensembles suivants ?

1. les mois d'une année.
2. les jours d'un mois.
3. l'ensemble des symboles utilisés pour les nombres romain jusqu'à mille.
4. les étudiants à l'EPFL (supposons 10'000 pour 2026).
5. chaque habitant de la planète selon le nombre estimé sur Worldometers.¹

2 [N2] Représentation des entiers naturels et décimaux positifs

1. Convertir des nombres exprimés dans la représentation positionnelle en base 2 vers la base 10 : 10.1 ; 1.01 ; 0.101 .
2. La conversion d'un nombre décimal compris entre 0 et 1 vers le binaire se fait selon l'algorithme suivant :
 - (a) multiplier le nombre décimal par 2,
 - (b) garder la partie entière,
 - (c) recommencer en 1 avec la partie décimale restante, si elle est différente de 0.

Montrer comment fonctionne cet algorithme sur un nombre décimal X pour lequel on recherche les « chiffres » b_i en binaire (c.-à-d. les bits) : $0.b_1b_2b_3b_4$. Quel « chiffre »/bit est obtenu en premier ?

Appliquer l'algorithme aux nombres suivants : 0.375_{10} , un dixième.

3 [N2] Domaine couvert des entiers positifs et négatifs avec la représentation du complément à deux

Dans cet exercice, on suppose qu'on travaille avec des entiers positifs et négatifs représentés sur 8 bits (et utilisant le complément à 2).

1. Conversions :
 - (a) Quelle valeur est représentée par ces motifs binaires : 00000110 , 11111001 , 10000110 ?
 - (b) Quel est le motif binaire des nombres suivants : 0 , -12_{10} , -1_{10} , 127_{10} , -128_{10} ?
 - (c) Quelle conclusion tirez-vous de ces exemples ?
2. Opérations :
 - (a) quel est le résultat en binaire de $64 + 64$?
 - (b) Comment appelle t-on le phénomène observé ?
 - (c) Avec la représentation en complément à 2 des nombre négatifs, comment se traduit le dépassement de capacité (par perte de la retenue) ?
 - (d) Cela pose-t-il un problème ?

4 [N3] Représentation des nombres à virgule flottante, précision absolue et relative

Soit une représentation simplifiée des nombres à virgule flottante à l'aide de 5 bits de la manière suivante : 2 bits pour l'exposant de la base 2, 3 bits pour la mantisse.

1. 7'810'640'000 le 09.09.2020 (source : <http://www.worldometers.info/world-population/>).

1. Indiquez le minimum positif et le maximum représentables, ainsi que les valeurs exactement représentées pour chaque puissance de 2.

Considérez si possible les deux cas abordés en cours : sans et avec le cas spécial de l'exposant $0 \dots 0$ (transparents 41 à 43 du cours) ; commencez par le cas simple (exposant $0 \dots 0$ vaut 0, transparents 38 à 40 du cours) ; pour le cas *optionnel* plus avancé, prenez $P = -1$.

2. L'erreur absolue est-elle constante sur l'intervalle $[\min, \max]$?
3. Si ce n'est pas le cas, préciser les valeurs (on supposera ici un arrondi vers le bas).
4. Quelle est l'erreur relative maximum ?

Pour aller plus loin...

Quelle est l'écriture en binaire de un dixième ? Trouvez l'expression de la série (au sens mathématique du terme).

Cours ICC : liens théorie $\longleftrightarrow$ Programmation

Ce qu'il faut surtout retenir de cette leçon pour la programmation, c'est de ne jamais faire de test d'égalité stricte entre deux `double` : ne faites pas

```
x == y
```

avec des `double`, mais plutôt :

```
abs(x-y) < epsilon
```

avec `epsilon` une valeur « raisonnable » de votre choix (p.ex. `1e-12`).

L'exercice 4 de la série 8 de programmation vous proposera de programmer les conversions de binaire en décimal et réciproque.

Retrouvez tous les exercices de programmation liés à la partie théorie du cours sous le lien « Exercices de C++ spécifiques à ICC (lien programmation - théorie) » en bas de la page Moodle du cours, dans la section « Ressources complémentaires / Références ».