Semaine 5 : Série d'exercices sur la représentation de l'information

1 [N1] Nombre de bits

Combien de bits sont ils nécessaires pour disposer d'une représentation distincte pour chacun des éléments des ensembles suivants ?

1. les mois d'une année.
2. les jours d'un mois.
3. l'ensemble des symboles utilisés pour les nombres romain jusqu'à mille.
4. les étudiants à l'EPFL (supposons 10'000 pour 2026).
5. chaque habitant de la planète selon le nombre estimé sur Worldometers. [1]

2 [N2] Représentation des entiers naturels et décimaux positifs

1. Convertir des nombres exprimés dans la représentation positionnelle en base 2 vers la base 10 : 10.1 ; 1.01 ; 0.101.
2. La conversion d'un nombre décimal compris entre 0 et 1 vers le binaire se fait selon l'algorithme suivant :
   (a) multiplier le nombre décimal par 2,
   (b) garder la partie entière,
   (c) recommencer en (a) avec la partie décimale restante, si elle est différente de 0.

   Montrer comment fonctionne cet algorithme sur un nombre décimal X pour lequel on recherche les « chiffres » b_i en binaire (c.-à-d. les bits) : $0.b_1b_2b_3b_4$. Quel « chiffre »/bit est obtenu en premier ?
   Appliquer l'algorithme aux nombres suivants : 0.375_{10}, un dixième.

3 [N2] Domaine couvert des entiers positifs et négatifs avec la représentation du complément à deux

Dans cet exercice, on suppose qu'on travaille avec des entiers positifs et négatifs représentés sur 8 bits (et utilisant le complément à 2).

1. Conversions :
   (a) Quelle valeur est représentée par ces motifs binaires : 00000110, 11111001, 10000110 ?
   (b) Quel est le motif binaire des nombres suivants : 0, -12_{10}, -1_{10}, 127_{10}, -128_{10} ?
   (c) Quelle conclusion tirez-vous de ces exemples ?
2. Opérations :
   (a) quel est le résultat en binaire de 64 + 64 ?
   (b) Comment appelle t-on le phénomène observé ?
   (c) Avec la représentation en complément à 2 des nombre négatifs, comment se traduit le dépassement de capacité (par perte de la retenue) ?
   (d) Cela pose-t-il un problème ?

4 [N3] Représentation des nombres à virgule flottante, précision absolue et relative

Soit une représentation simplifiée des nombres à virgule flottante à l'aide de 5 bits de la manière suivante : 2 bits pour l'exposant de la base 2, 3 bits pour la mantisse.

1. 7'810'640'000 le 09.09.2020 (source : `http://www.worldometers.info/world-population/`).

1. Indiquez le minimum positif et le maximum représentables, ainsi que les valeurs exactement représentées pour chaque puissance de 2.

   Considérez si possible les deux cas abordés en cours : sans et avec le cas spécial de l'exposant `0...0` (transparents 41 à 43 du cours) ; commencez par le cas simple (exposant `0...0` vaut 0, transparents 38 à 40 du cours) ; pour le cas *optionnel* plus avancé, prennez $P = -1$.
2. L'erreur absolue est-elle constante sur l'intervalle [min, max] ?
3. Si ce n'est pas le cas, préciser les valeurs (on supposera ici un arrondi vers le bas).
4. Quelle est l'erreur relative maximum ?

Pour aller plus loin...

Quelle est l'écriture en binaire de un dixième ? Trouvez l'expression de la série (au sens mathématique du terme).

Cours ICC : liens théorie $\longleftrightarrow$ Programmation

Ce qu'il faut surtout retenir de cette leçon pour la programmation, c'est de ne jamais faire de test d'égalité stricte entre deux `double` : ne faites pas

```
x == y
```

avec des `double`, mais plutôt :

```
abs(x-y) < epsilon
```

avec `epsilon` une valeur « raisonnable » de votre choix (p.ex. `1e-12`).

L'exercice 4 de la série 8 de programmation vous proposera de programmer les conversions de binaire en décimal et réciproque.

Retrouvez tous les exercices de programmation liés à la partie théorie du cours sous le lien « Exercices de C++ spécifiques à ICC (lien programmation - théorie) » en bas de la page Moodle du cours, dans la section « Ressources complémentaires / Références ».