

# Comment calculer rapidement une entropie?

Jean-Cédric Chappelier

Version 1.2 – nov. 2022

Vous avez peut être parfois besoin de calculer l'entropie d'un tableau de comptes ; p.ex.

A	I	_	E	G	L	M	N	S	T	U	X
4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

(provenant du mot de longueur  $N = 16$ , « GATEAUX MILANAIS » ; exercice 2 de la série).

Comment faire ?

Vous voulez donc calculer :

$$H(X) = - \sum p_i \log(p_i)$$

avec

$$p_i = \frac{n_i}{N}$$

Vous pouvez bien sûr le faire comme ça, mais c'est un peu fastidieux...

Comme vous avez les  $n_i$ , essayons ceci :

$$\begin{aligned} H(X) &= - \sum \frac{n_i}{N} \log\left(\frac{n_i}{N}\right) \\ &= - \sum \frac{n_i}{N} \log(n_i) + \sum \frac{n_i}{N} \log(N) \\ &= \log(N) - \frac{1}{N} \sum n_i \log(n_i) \end{aligned}$$

ce qui, **en se souvenant que**  $\log(1) = 0$ , va bien plus vite !

Pour l'exemple ci-dessus, cela donne :

$$\begin{aligned} H(X) &= \log(16) - \frac{1}{16} (4 \log(4) + 2 \log(2)) \\ &= 4 - \frac{8 + 2}{16} \\ &= 4 - \frac{5}{8} = 3.375 \text{ bit} \end{aligned}$$

(en prenant les log en base 2).